時間地図の作成（Time-space Mapping）に関する研究

岐阜大学　正会員　清水英範　学生員　○青木隆裕
学生員　花木哲哉

1．はじめに

地図の上に定規をあてて任意の地点間の所要時間を把握できるような地図を作れないだろうか．これが本研究の問題意識であり，このような地図を本研究では時間地図と呼ぶ．時間地図を作成することができれば，地域の交通サービス水準はもちろんのこと，交通施設整備前後の時間地図や時間帯別，曜日別の時間地図を比較することによって，交通整備の効果や交通渋滞の様子を視覚的に分かりやすく示すことができる．

”時間地図”と呼ばれる地図はこれまでにも数多く作成されてきた．しかし従来の時間地図は，例えば東京からの所要時間といったように，ある１点のみからの時間距離を再現するように地図を歪めたものである．この手法は簡単であるが，中心となる都市以外の都市間での所要時間は全く無視される．また環状道路のように，中心となる都市への所要時間をあまり変化させない交通施設整備による交通条件の変化を表現することはできない．これに対して本研究では，あくまで任意の地点間の時間距離を可能な限り小さな誤差で再現する手法を構築することを目的としている．

2．時間地図の定義

ここでは時間地図を以下のように定義する．

① 時間地図は通常の地図（集合V）からの写像：$(x,y)\rightarrow(u,v)$の結果である．（ここでは２次元空間に限定して議論を進める）

② この写像は，集合Vのうち任意の２点間の時間距離が与えられている部分集合W（W⊂V）によって以下のように同定される．

$$\min.\quad \sum_i\sum_j(t_{ij}-d_{ij})^2 \qquad (i,j\in W)$$

ただし，t_{ij}：点i,j間の時間距離

d_{ij}：時間地図上での点i,j間の距離

3．多次元尺度構成法の適用可能性

時空間（Time-space）の分析に関する研究は，これまで主に地理学の分野において行われてきた．最も代表的な研究は，多次元尺度構成法（Multi-dimensional Scaling:ＭＤＳ）を適用したものである．ＭＤＳとは，任意の２点i,j間の距離t_{ij}が既知であるｎ個の点を，与えられた次元数のユークリッド空間に配置する手法であり，距離t_{ij}を間隔尺度として捉えるか順序尺度として捉えるかの違いにより，metric（計量的）MDSとnon-metric（非計量的）MDS に分けられる．

各々について数多くの定式化やアルゴリズムが提案されているが，ここでは，時間距離が与えられている２点i,jの平面上での配置

$$(u_i,v_i)\ ,\quad (u_j,v_j)$$

を求める問題を例として，metric MDS の定式化を示しておく．

$$\min.\quad \sum_i\sum_j(t_{ij}-d_{ij})^2$$

$$d_{ij}^2=(u_i-u_j)^2+(v_i-v_j)^2$$

上記の定式化により，地図上において任意の２点間の時間距離が既知であるｎ個の点は，平面図上においてこれらの点間距離が時間距離を可能な限り反映するように配置されることがわかるであろう．しかしＭＤＳは，本研究で意図する時間地図を作成する方法としては以下の理由により決して十分な方法ではない．

① ＭＤＳは点間距離のみの再現性を問題とする方法であり，地図上のグラフ（以後地図グラフ）の位相関係に対しては何ら規定しない．すなわち，ＭＤＳは同相写像である保証はない．このことは，地図上で交差していない道路が時間地図上で交差したり，地図上である行政区域に含まれる施設が時間地図上では他の行政区域に含まれるといった可能性があるということである．

② ＭＤＳによる地図グラフから時間地図への写像は，任意の２点間の時間距離が既知であるｎ点（集合Ｗ）についてのみ適用され，地図グラフを構成する他の点（集合Ｖ－Ｗ）については何ら規定するものではない．すなわちＶ＝Ｗでない場合には，ＭＤＳを行った後に別途，写像：（x,y）→（u,v）なる座標変換式を推定し，これを集合Ｖに適用しなければならない．

４．同相写像制約付き多次元尺度構成法の構築

本研究では，多次元尺度構成法（ＭＤＳ）を時間地図作成に適用する際の不十分な点を解決するため，以下の２点について拡張した新たなＭＤＳ手法を提案する．

① 地図グラフの時間地図グラフへの写像は同相写像であるとする．

② この写像を従来のＭＤＳと同様の最適基準によって直接推定する．

（１）同相写像の条件

ある写像：（x,y）→（u,v）が同相であるとは，それが１対１の連続写像であり，かつその写像の逆写像も連続であるときをいう．

従来，地図や画像の歪み補正等に用いられてきた代表的な座標変換式には，アフィン変換・疑似アフィン変換・射影変換等があるが，本研究では，地図の作成に携わる人々にとって親しみがあり，また理論的にも同相写像であるアフィン変換を基本形とし，それを多項関数に拡張した以下のような座標変換関数（ここでは特にm1=m2=m3=m4=ｎのときｎ次アフィン変換と呼ぶ）を用いるものとする．

$$u=a(x-b)^{m1}+c(y-d)^{m2}$$

$$v=e(x-f)^{m3}+g(y-h)^{m4}$$

（２）同相写像制約付きＭＤＳ

上記の同相写像を制約とした metric MDS は以下のように定式化できる．

$$\min. \sum_i \sum_j (t_{ij}-d_{ij})^2$$

$$d_{ij}^{\,2}=(u_i-u_j)^2+(v_i-v_j)^2$$

$$u_i=a(x_i-b)^{m1}+c(y_i-d)^{m2}$$

$$v_i=e(x_i-f)^{m3}+g(y_i-h)^{m4}$$

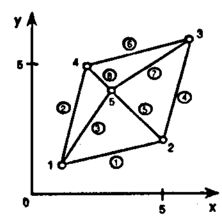
関数の同定については，m1-m4はアプリオリに与え，またパラメータ（a-h）は適当な初期値を与えて準ニュートン法によって最適化する．

５．実験

図１に示すような地図グラフと点間時間距離が与えられたときに，この地図グラフを時間地図として表現することを試みた．図２は，このうち通常の metric MDS による方法と３次アフィン変換による方法によって作成した時間地図を示す．（図中のｒは与えた時間距離と時間地図上の時間距離との相関係数を示す）

この実験から，同相写像制約を付けることにより位相関係が保たれること．また，精度もそれほど悪くならないことがわかる．

なお，より実際的な応用例については，発表時に示したい．



line	points
①	1，2
②	1，4
③	1，5
④	2，3
⑤	2，5
⑥	3，4
⑦	3，5
⑧	4，5

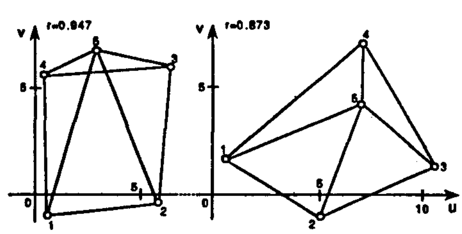
point	x	y
1	1	1
2	5	2
3	6	6
4	2	5
5	3	4

（a） 地図グラフ

$$t_{ij}=\begin{bmatrix} 0 & 5 & 11 & 7 & 10 \\ & 0 & 6 & 12 & 9 \\ & \text{sym.} & 0 & 6 & 5 \\ & & & 0 & 3 \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

（b） 時間距離行列

図１　実験のための地図グラフと時間距離行列



（a） metric-MDS　（b） ３次アフィン変換制約付 metric-MDS

図２　時間地図グラフの作成結果