# 損傷力学理論に基づく不連続性岩盤の力学モデル 及びその適用について

名古屋大学大学院　学　生　○呉　旭
名古屋大学工学部　正会員　京谷孝史
名古屋大学工学部　正会員　市川康明
名古屋大学工学部　正会員　川本朓万

## 1. はじめに

不連続性岩盤構造物の掘削による変形の主な部分が節理やクラックなど分布不連続面に起因することは、経験や現場計測からよく知られている。単に変形係数を減じるなどして行われる普通の弾性、或は塑性モデルからの変形予測(逆解析も含む)が実際の現象をうまく説明できないことも周知である。近年、大規模地下空間建設の強い要請に応じて、節理やクラックなどに注目して新しい計算手法の研究が盛んに進められている。、その内、京谷ら(1985)によって開発された岩盤の損傷力学理論のモデルは内外でよく引用され、その実用性も立証されている。本研究では、この損傷力学理論のもとに、特に応力線と平行に分布しているクラックの挙動を念頭に置いて、新しいモデルを提案した。ここで、その内容を簡単に述べることにする。

## 2. 理論背景およびモデル

**2.1 理論背景**　連続体力学に立脚した不均質材料の平均物性の評価方法は、古くから主に理論物理や複合材料等の分野で研究されている。不連続性岩盤の等価連続モデルというものも、この大きな分野に属する。ただ、問題の全体精度を考慮して、各クラックの開口変位の解析解から出発するマイクロメカニックス手法より、マクロな有効応力の概念に基づく現象学としての損傷力学モデルの方が便利であると思われる。ところで、有効面積によって定義した有効応力と J.Lemaitre(1978) のひずみ等価仮説を用いると、応力線と平行に分布しているクラック(図-1 参照)の側方変形を表現できなくなる(この側方変形こそ地下空洞の壁面変形に大きいな寄与をしていると考えられる)。従って、以下に示すように、本研究では、この現象を捉える為に、ひずみ等価仮説の代わりに F.Sidoroff(1981) のひずみエネルギ等価仮説を用いて、定式化を行っている。実は、ひずみエネルギ等価による等価介質の定義は J.B.Walsh(1980),C.L.Chow(1990) 等もよく用いていた。

**2.2 モデルの定式化**　平均面積比率 $\omega$ 、法線ベクトル $n_i$ を持つ一組の平行分布クラックがコンプライアンステンソル $C^*_{ijkl}$ の母材に存在していると仮定すると、その集合体 R.V.E.( Representative Volume Element) のコンプライアンステンソル $C_{ijkl}$ は、次のように求められる。

a). 損傷テンソル

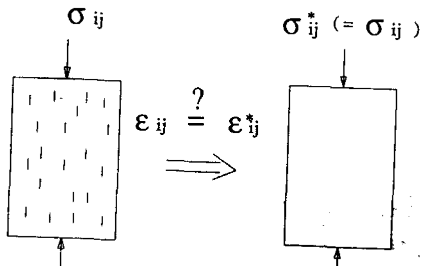
$$\Omega_{ij} = \omega n_i n_j \qquad \cdots\cdots(1)$$

$$\Phi_{ij} = \left(\delta_{ij} - \Omega_{ij}\right)^{-1} \qquad \cdots\cdots(1)_1$$

b). 有効応力

$$\sigma^*_{ij} = M_{ijkl}\sigma_{kl} \qquad \cdots\cdots(2)$$

$$M_{ijkl} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\Phi_{jl} + \delta_{il}\Phi_{jk}\right) \qquad \cdots\cdots(2)_1$$



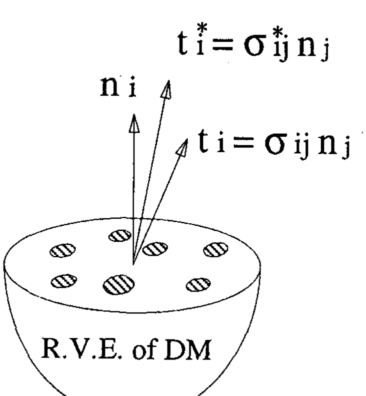

図－1: ひずみ等価仮説への疑問

c). 等価介質(ひずみエネルギ等価)

$$W^*\left(\sigma^*_{ij}, 0\right) = W\left(\sigma_{ij}, \Omega_{ij}\right) \qquad \cdots\cdots(3)$$

$$C_{ijkl} = \Gamma_{ijklpqst} C^*_{pqst} \qquad \cdots\cdots(4)$$

$$\Gamma_{ijklpqst} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} \delta_{pi}\delta_{sk}\Phi_{qj}\Phi_{tl} + \delta_{pi}\delta_{sl}\Phi_{qj}\Phi_{tk} + \\ \delta_{pj}\delta_{sk}\Phi_{qi}\Phi_{tl} + \delta_{pj}\delta_{sl}\Phi_{qi}\Phi_{tk} \end{pmatrix} \qquad \cdots\cdots(4)_1$$




図－2: 損傷力学の代表体積要素

ここに、

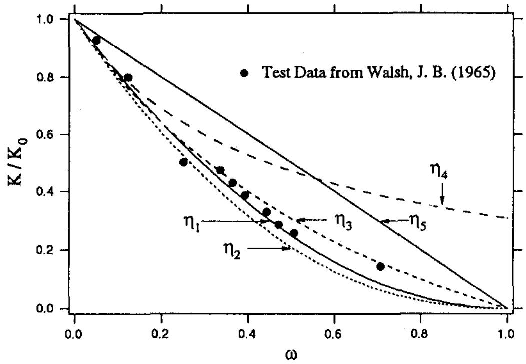
$\delta_{ij}$: Kronecker delta,　$\Phi_{ij}$: 損傷因子テンソル,
$\sigma_{kl}$: Cauchy 応力,　$\sigma^*_{ij}$: 有効応力,
$M_{ijkl}$ : 有効応力転換テンソル,
$W^*$: 有効応力空間におけるひずみエネルギ,
W:　Cauchy 応力空間におけるひずみエネルギ。

## 3. モデルに関する考察

**3.1 等方性損傷**　損傷変量が等方性テンソルである時(空隙材料がその一例である)、材料(R.V.E.)が等方性損傷モデルとなる。等価介質のコンプライアンステンソル $C_{ijkl}$ は式(5)に示す。等価材料の体積変形係数 K と母材の体積変形係数 $K_0$ の比率　$\eta(=K/K_0)$ と損傷量(空隙率) $\omega$ との関係に関する幾つかの理論予測と実験結果を図-3に示す。図から判るように提案したモデルは最も良い予測を与えた。

$$C_{ijkl}=\frac{1}{(1-\omega)^2}C^{*}_{ijkl} \qquad \ldots(5)$$

$\eta_1$：提案したモデル
$\eta_2$：*Differential Schem*
$\eta_3$：*Mackenzie's Approximation*
$\eta_4$：*Dilute Concentration Approximation*
$\eta_5$：ひずみ等価による損傷モデル

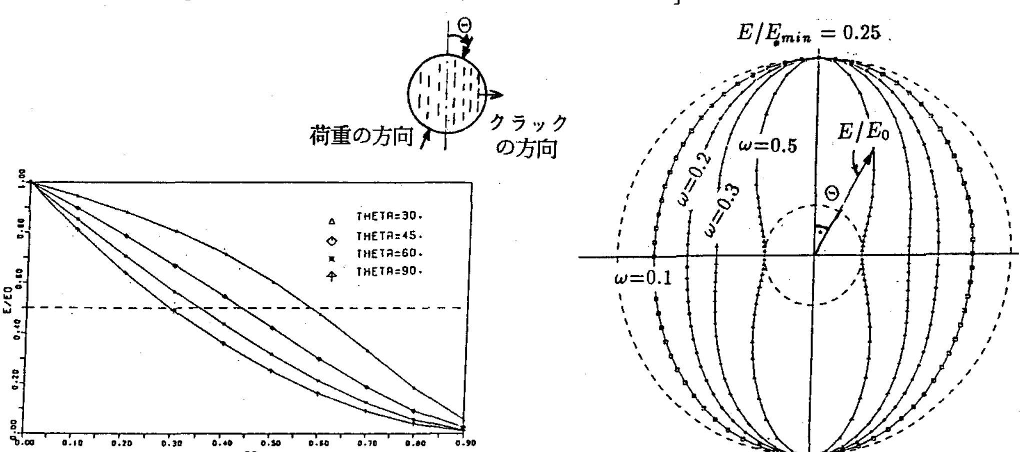



図－3:　体積変形係数の理論予測と実験比較(J.B.Wlash)

**3.2 異方性損傷**　二次元、一組のクラック $(\omega,n_i)$ の例を考える。クラックの法線方向　$n_i=(c\,,s)$,　$c=cos(\theta)$, $s=\sin(\theta)$ とすると、等価介質のコンプライアンステンソル　$C_{ijkl}$　は、式(6)となる。これによって、等価介質のヤング係数 E の変化様子(異方性)を、図-4(a),(b)に示す。また、図-1に示す例を計算すると、クラック法線方向の変形は従来の損傷モデルの $(1-\omega)^{-1}$ 倍となっている。

$$[C]=\frac{1}{(1-\omega)^2E_0}\begin{bmatrix} (1-\omega s^2)^2+0.5(1+\nu)(\omega sc)^2 & -\nu(1-\omega)+0.5(1-\nu)(\omega sc)^2 & \omega sc\begin{pmatrix}(1-\nu)(1-\omega s^2)\\+(1+\nu)(1-0.5\omega)\end{pmatrix} \\ & (1-\omega c^2)^2+0.5(1+\nu)(\omega sc)^2 & \omega sc\begin{pmatrix}(1-\nu)(1-\omega c^2)\\+(1+\nu)(1-0.5\omega)\end{pmatrix} \\ symm. & & 2(1-\nu)(\omega sc)^2+2(1+\nu)(1-0.5\omega)^2 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

$E_0$: 母材のヤング係数
$\nu$：母材のポアソン比




(a)　　図－4:　ヤング係数の異方性　　(b)

## 4. おわりに

圧縮応力下でのクラックの開口変形をひずみエネルギ等価に基づく損傷力学モデルによって説明できる事が明かになった。損傷力学の岩盤工学への応用はさらに広がっていくことが期待できる。

## 5. 参考文献


1) 京谷, 市川, 川本, "土木学会論文集" No.358 pp.27-35,1985. 2) J.Lemaitre and J.L.Chaboche ,"Mechanics of solid materials" Cambridge University Press 1990. 3) F.Sidoroff , IUTAM pp.237-244,1981. 4) J.B.Walsh ,ASCE EM5 pp.1005-10019,1980. 5) C.L.Chow and K.Y.Sze ,ASME Vol.112 pp.412-421,1990.