

境界層の発達に起因する非定常抗力に関する研究

金沢大学工学部 正会員 ○石田 啓

金沢大学工学部 学生員 松本理恵

1. まえがき 従来、波動場に設置した円柱の抗力係数 C_D のうち、剥離の発生しない低 K 数領域における C_D の値が極めて大きくなることが指摘されていたが、¹⁾この原因を壁面センダン力に求めるには、その値はあまりにも大きく(ちなみに、円柱の場合、センダン力の10倍から100倍のオーダーとなる²⁾)、結局、この領域における抗力の発生機構は不明確なまま残されていた。しかし、石田ら²⁾は、剥離渦の発生による抗力の発生機構を検討するうち、理論展開においては、流体場に発生する渦糸による循環の値の時間変化および循環を与える渦糸の移動が抗力の発生原因となることから、剥離の発生の有無にかかわらず、このような循環の変化が生じる流況下では(たとえば、いま取り上げる非定常壁面センダン流の場合には)、剥離後流渦の発生に起因する抗力と同様の抗力が生じることを見出し、その算定法を提示した。

この抗力は、速度勾配に比例する壁面センダン力とは異なり、定常流モデルでは発生することは無く、渦糸の循環値とその渦糸の位置ベクトルとの積が時間変化するような非定常流場においてのみ発生することから、以下、この抗力を非定常抗力と呼ぶことにするが、ここでは、正四角柱の場合を対象とし、剥離渦による抗力を含めた非定常抗力の発生機構とその特性について述べる。

2. 理 論 任意流体中に設置した任意断面形状の柱体周りの流況および柱体に作用する流体力は、渦点(渦糸)分布法により、比較的簡単に解析することが可能である。いま、図-1に示すように、柱体壁面上に配置した渦点および剥離点から放出した渦点を含む閉曲線を C とし、その内部領域を S で、また各渦点を含む各微小閉曲線を E で表すと、柱体に作用する x 方向および y 方向の流体力 F_x および F_y は、流体場を表す複素速度ポテンシャル $f = \phi + i\psi$ を用い、非定常流に拡張したBulsiusの公式より、 C 内に流入する運動量と C 上に作用する圧力による力との和($-\int f dG$)から C 内の流体の運動量増加分($d/dt \int \int \rho (df/dz) dS$)を差し引いたものとして、次式で求めることが出来る。

$$\begin{aligned} F_x - iF_y &= [-\oint_C dG] - \frac{d}{dt} \iint_S \rho \frac{df}{dz} dS \\ &= \left[\frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz + i\rho \oint_C \frac{\partial \phi}{\partial t} d\bar{z} \right] + i\rho \frac{d}{dt} \oint_{C-E} \phi \bar{z} d\phi \\ &= \left[\frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz - i\rho \frac{d}{dt} \oint_C \phi \bar{z} d\phi \right] + i\rho \frac{d}{dt} \left(\oint_C \phi \bar{z} d\phi - \oint_E \phi \bar{z} d\phi \right) \\ &= \frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz - i\rho \frac{d}{dt} \oint_E \phi \bar{z} d\phi \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

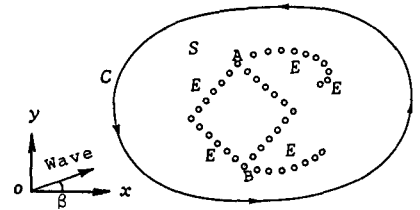


図-1 渦点の分布

ここに、 $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ であり、 ρ は流体の密度である。

ここで、対象とする流体場を波動場とし、入射波の複素速度ポテンシャルを $f_w = \phi_w + i\psi_w$ と表し、

$$\phi_w = ac \frac{\cosh k(h+zp)}{\sinh kh} \cos\{k(x \cos\beta + y \sin\beta) - \sigma t\}, \quad \psi_w = ac \frac{\cosh k(h+zp)}{\sinh kh} \cos\{k(-x \sin\beta + y \cos\beta) - \sigma t\}$$

と与え、また柱体壁面上の M 個の渦点および剥離点から流下する N 個の渦点による複素速度ポテンシャルを、

$$f_v = \phi_v + i\psi_v = \frac{i}{2\pi} \left[\sum_{j=1}^M \Gamma_j \log(z - z_j) + \sum_{k=1}^N \{ \Gamma_{Ak} \log(z - z_{Ak}) + \Gamma_{Bk} \log(z - z_{Bk}) \} \right] \dots\dots\dots (2)$$

で与えると、 $df/dz = df_w/dz + df_v/dz$ であるから、入射波による複素速度を $df_w/dz = \bar{W} = U - iV$ と表し、渦点による複素速度 df_v/dz は、式(3)を z で微分すると、式(1)右辺第1項の積分は、

$$\oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz = \oint_C \left[\bar{W} + \frac{i}{2\pi} \left\{ \sum_j \Gamma_j (z - z_j)^{-1} + \sum_k \Gamma_k (z - z_k)^{-1} \right\} \right]^2 dz = -2 \left(\sum_j \Gamma_j \bar{W}_j + \sum_k \Gamma_k \bar{W}_k \right) \dots\dots (3)$$

となる。ここに、 Γ_j と Γ_k および W_j と W_k は、渦点jおよびkの循環値およびその位置の複素速度であり、 Γ_j は壁面境界条件から決定されるのに対し、 Γ_k は剥離点からの渦度フラックスとして与えるべきものである。また、 $d\phi = d\phi_w + d\phi_v$ であるが、渦点の周回積分は、積分範囲が点となるため、特異点を含む $d\phi_v$ の積分のみが残る。さらに、この周回積分は循環になるから、式(1)右辺第2項の積分は、 $\oint_E \bar{z} d\phi = \oint_E \bar{z} d\phi_v = -(\bar{z}\Gamma)_E$ となる。これらを式(1)に代入すると、波力を与える式として、次式が得られる。

$$F_x - iF_y = -i\rho(\sum_j \Gamma_j \bar{W}_j + \sum_k \Gamma_k \bar{W}_k) + i\rho \frac{d}{dt}(\sum_j \Gamma_j \bar{z}_j + \sum_k \Gamma_k \bar{z}_k) \cdots (4)$$

さらに、式(4)を成分に分けると、次式となる。

$$F_x = \rho \frac{d}{dt}(\sum_j \Gamma_j y_j + \sum_k \Gamma_k y_k) - \rho(\sum_j \Gamma_j V_j + \sum_k \Gamma_k V_k) \cdots (5)$$

$$F_y = -\rho \frac{d}{dt}(\sum_j \Gamma_j x_j + \sum_k \Gamma_k x_k) + \rho(\sum_j \Gamma_j U_j + \sum_k \Gamma_k U_k) \cdots (6)$$

ここに、波による水粒子速度UおよびVの添字は、その添字の渦点位置のUおよびVであることを示す。以下、波の進行方向をx軸方向にとった場合の波力 F_x を取り扱おうと、 $\beta=0$ 、 $V=0$ であり、また壁面上の渦点は固定点であるため $dy_j/dt=0$ となり、さらにケルビンの循環不変の法則を援用すると、循環の時間変化による力は、剥離点AおよびBで生まれる循環のみを考慮すればよいから、式(5)の F_x は次式となり、右辺第2項から第5項までが、剥離の発生による抗力を表す。

$$F_x = \rho \left\{ \sum_{j=1}^M \frac{d\Gamma_j}{dt} y_j + \left(\frac{d\Gamma_{An}}{dt} y_{An} + \frac{d\Gamma_{Bn}}{dt} y_{Bn} \right) + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\Gamma_{Ak} \frac{dy_{Ak}}{dt} + \Gamma_{Bk} \frac{dy_{Bk}}{dt} \right) \right\} \cdots (7)$$

一方、剥離の発生が顕著でない場合は、剥離渦による抗力は無視されるが、境界層の発達に伴う境界層内の循環の変化による抗力が無視できなくなる。すなわち、境界層を図-2に描いたように、壁面上に渦点を並べたものとしてモデル化すると、この場合の波力は次式となり、右辺第2項と3項が非定常抗力である。

$$F_x = \rho \left\{ \sum_{j=1}^M \frac{d\Gamma_j}{dt} y_j + \sum_k \left(\frac{d\Gamma_k}{dt} y_k + \Gamma_k \frac{dy_k}{dt} \right) \right\} \cdots (8)$$

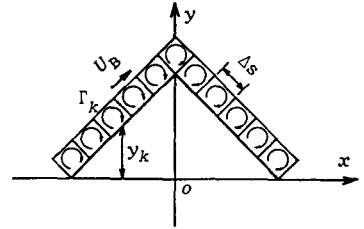


図-2 境界層内の循環

3. 解析結果 正四角柱を対象とし、図-2のように対角線が波向きに平行に設置された場合(剥離点が2点の場合)の結果を図-3に、また一辺が波向きに平行に設置された場合(剥離点が4点の場合)を図-4に示す。図中、黒丸が角柱の実験値で、白丸は参考のために示した円柱の実験値であるが、両図とも、KC数が小さい非剥離領域では、KC数の減少に伴って C_D は直線的に増加し、式(8)による直線状の計算値と良く対応する。ただし、直線が3本あるのは、境界層の成長速度がパラメータとなるためである。さらに、剥離渦による抗力を、これらの図中の折れ線で示したが、KC数の増加に伴う C_D の変化特性は、実験値と良く一致することが明かである。

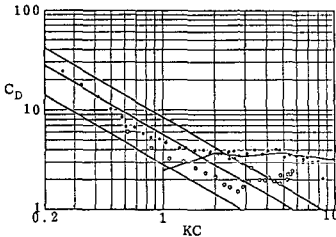


図-3 対角線が波向きに平行な時の C_D

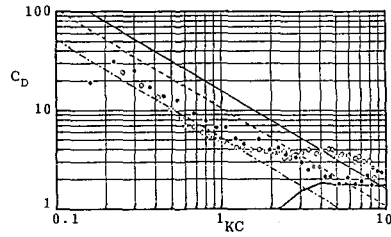


図-4 一辺が波向きに平行な時の C_D

1) Berman, P. W. et al.: Forces on cylinders at low KC numbers, JFM, Vol. 154, pp. 337-356, 1985

2) 石田 啓ら: 非剥離流および対称渦対状態における波動場の円柱の抗力係数, 土木学会論文集, 1988