

可視化手法による円柱周りの圧力分布について

大同工業大学大学院 学生員 ○豊田 敏文
 福井工業高等専門学校 正 員 前島 正彦
 大同工業大学 正 員 久保田 稔

1. はじめに 可視化手法でImaichiら¹⁾は、円柱後流の流れ場を疑似定常流れと仮定して圧力分布を求めているが、余り良く圧力分布を再現できなかったと述べている。そこで著者らは、非定常N-S方程式から圧力分布を求める試みを行ったので報告する。

2. 計算手法 著者らは、可視化実験より圧力分布を精度良く求めるために、格子点上の速度ベクトルにMASCONモデルを用いて、速度ベクトルを補正してきた。さて圧力分布の計算であるが、質量力 F_x , F_y がポテンシャル Ω ($F_x = -\partial\Omega/\partial x$, $F_y = -\partial\Omega/\partial y$) を持つものとする、ポテンシャル Ω をも含んだ、N-S方程式より圧力項は

$$\frac{\partial (p/\rho + \Omega)}{\partial x} = \left[-\frac{Du}{Dt} + \nu \nabla^2 u \right] \quad (1a)$$

$$\frac{\partial (p/\rho + \Omega)}{\partial y} = \left[-\frac{Dv}{Dt} + \nu \nabla^2 v \right] \quad (1b)$$

であり、上式の右辺は格子点上の速度から求められる。一方、圧力の積分については、格子点上の圧力の導関数が未知であるので、圧力の導関数を求める差分公式の精度を考慮した以下の近似積分公式を用いる。なお、今後は $(p/\rho + \Omega)$ を p と記す。

$$p(x+\Delta x, y) = p(x, y) + \frac{\Delta x}{2} \left[\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x+\Delta x, y} + \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x, y} \right] \quad (2a)$$

$$p(x, y+\Delta y) = p(x, y) + \frac{\Delta y}{2} \left[\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{x, y+\Delta y} + \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{x, y} \right] \quad (2b)$$

格子点上の任意の点 (i, j) の圧力 $p_{i,j}$ の値は、式(2)によって、隣接する4点から別々に求められるが、流れ関数 ϕ の場合と同様に、圧力 $p_{i,j}$ を精度良く求めるために、式(2)の右辺を左辺に移行したときの残差をそれぞれ ε_x および ε_y とする(表記を簡潔にするために差分計算で求めた $\partial p/\partial x$ を $f(x, y)$ 、 $\partial p/\partial y$ を $g(x, y)$ と記述する)と、以下の式が得られる。

$$p_{i+1,j} - p_{i,j} - \Delta x (f_{i+1,j} + f_{i,j}) / 2 = \varepsilon_x \quad (3a)$$

$$p_{i,j+1} - p_{i,j} - \Delta y (g_{i,j+1} + g_{i,j}) / 2 = \varepsilon_y \quad (3b)$$

ここで、 $\Delta x = \Delta y = \Delta$ と記して、式(3)

の残差の自乗和を $p_{i,j}$ について最小にする条件を用いる。つまり、

$$\frac{\partial [\sum (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2)]}{\partial p_{i,j}} = 0 \quad (4)$$

であり、式(4)より、

$$\begin{aligned} 4p_{i,j} - p_{i+1,j} - p_{i-1,j} \\ - p_{i,j+1} - p_{i,j-1} \\ = \Delta (f_{i-1,j} - f_{i+1,j} \\ + g_{i,j-1} - g_{i,j+1}) / 2 \end{aligned} \quad (5)$$

が、各格子点上で成立する。式(5)は、以下のポアソン方程式の差分近似である。

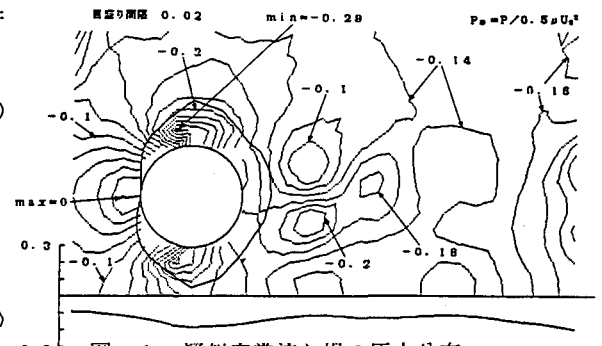


図-1 疑似定常流れ場の圧力分布
 円柱下方から渦が有意 ($e/D=0.5$)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \quad (6)$$

差分法については、流れ関数の場合と異なり、圧力を求める際には、流速の差分を求める必要があるので、境界以外では中央差分を用い、境界では前進差分あるいは後退差分を用いた。なお、適当な一点（今回は前方よどみ点）を圧力の既知点としている。

3. 圧力分布 圧力分布の計算精度は、大きく加速度項 ($\partial u / \partial t, \partial v / \partial t$) の精度に依存している。つまりMASCONEモデルにより、各時間ごとでの格子点上の速度ベクトルは連続方程式をはば満たしているが、 $\Delta t (=0.03 \text{ 秒})$ 時間での加速度は、各時間ごとの格子点上速度より速度差を求める為に、加速度の精度はきびしいものとなる。図-1は、 $e/D=0.5$ の場合でのImaichiらと同様に流れを疑似定常流と仮定した圧力分布であり、図-2は非定常流れでの圧力分布である。両図には、円柱上の圧力分布は前方よどみ点を基準圧力として円柱面外側をマイナス軸としており、さらに路床上の圧力分布をも示している。両図は相当に異なった分布形状であり、

加速度項の重要性が示唆されている。ところで、速度差が1画素分だけの場合でも、加速度は約 35 cm/s^2 と相当に大きくなる事を考えると、図-2の圧力分布に対して加速度項は相当に大きく関与していると考えられる。そこで加速度項の関与の程度を評価する術のない現在、加速度項の値を何割か差し引くのもいたしかたないと思う。すなわち本研究手法では、値そのものを議論するのが目的ではなく、円柱周りの流れ場を定性的に検討するのが主目的であるから、上記の様な加速度項の値を用いても良いと考えている。図-3は、加速度項の値を1割に減じた場合の固定床での圧力分布であり、図-4は、 $e/D=0$ の移動床実験より得た平衡河床形状模型を用いた可視化実験で、図-3と同様に加速度項の値を1割に減じた圧力分布である。

4. おわりに 固定床と移動床実験による圧力分布を、加速度項の値を1割に減じて表示した。この減ずる割合の値を何割にすべきかと言う問題は残るものの、高画素数の画像処理機を用いるならば、著者らの手法で更に精度良く圧力分布を得ることが出来ると考えている。なお講演時には、圧力分布に関する特徴について述べる予定である。

参考文献 1) KENSAKU IMAICHI AND KAZUO OHMI; Numerical processing of flow-visualization pictures measurement of two-dimensional vortex flow, J.F.M., Vol. 129, pp. 283-311, 1983.

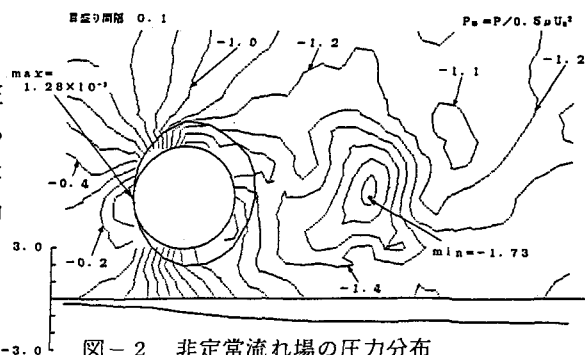


図-2 非定常流れ場の圧力分布
円柱下方から渦が有意 ($e/D=0.5$)

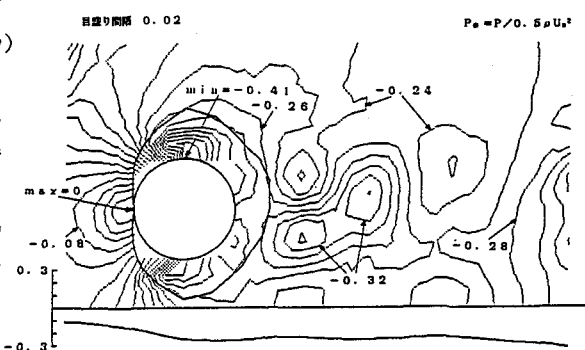


図-3 円柱下方から渦が有意 ($e/D=0.5$)

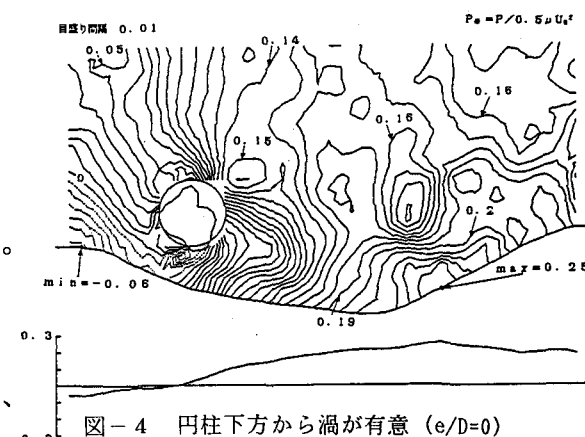


図-4 円柱下方から渦が有意 ($e/D=0$)