

## 穂波の発生機構について

金沢大学工学部 正会員 辻本 哲郎  
金沢大学大学院 学生員 ○北村 忠紀

### 1. まえがき

田畠では、風の強い日に「穂波」と呼ばれる大規模かつ組織だった植物の揺動が観察されることがある。開水路においても路床が葦のような柔軟な植生に覆われている場合に、この「穂波」と酷似する現象が生じる可能性がある。移動床において河床波の形成時に流水抵抗、物質輸送特性が大きく変化するのと同様に、「穂波」が生じる場合にも流水抵抗、物質輸送特性が大きく変化することが予想される。そこで、本研究では柔軟な植生に覆われた開水路流を対象とし、「穂波」の発生機構を柔軟な植生の揺動～揺動する植生上の流れの相互作用系の不安定性という観点から検討した。

### 2. 解析の概要と植生変形のモデル

まず、解析を容易にするため次の仮定をおいた。

- (a) 植生の変形は、図1に示すように回転運動として表わされるものとする。
- (b) 植生の揺動はその平均変形量に比べて十分に微小であり、線型近似を確保するものとする。(c) 植生にかかる力はすべてその先端部の流速(界面での流速値 $u_k$ )を代表流速として与えられるものとする。

以上の仮定のもと、植生の揺動～揺動する植生上の流れの相互作用系は図2のように表わされると考えた。ただし、図中 $\gamma$ は変動成分を平均値で基準化した量を表わしており、解析においてはこれらの量を扱う。線型近似下では界面形状を式(1)のように正弦波とすると、各サブシステムの解析から諸量の振幅倍率 $\gamma$ 、位相差 $\phi$ が得られる。

$$y_p(x, t) = a(t) \sin(\kappa x - \omega t) \quad (1)$$

ここで、 $a$ : 界面形状の振幅、 $\kappa$ ,  $\omega$ : それぞれ角波数、角振動数である。各サブシステムのうち、②, ④の振幅倍率・位相差はそれぞれ植生に働く抗力、界面形状と植生変形の幾何的条件を考えることにより容易に求められ、結果は図2に併示されている。

界面形状	$y_p(x, t)$	① 摂動分 $u_k / u_{k0}$	② 力の摂動分 $F_F$	③ 速度の摂動分 $\partial v / \partial t(x, t)$	④ 界面の変形速度
		$\frac{1}{\gamma_u, \phi_u}$	$\frac{\gamma_F=2}{\phi_F=0}$	$\frac{\gamma_v=1}{\gamma_\theta, \phi_\theta}$	$\frac{\gamma_{vt}=-\ell_0 \theta \sin \theta_0}{\phi_{vt}=0}$
$\gamma = \gamma_u \gamma_F \gamma_v \gamma_{vt}, \phi = \phi_u + \phi_F + \phi_\theta + \phi_{vt}$					

図2 植生の揺動～揺動する植生上の流れの相互作用系

流れのモデルとしてなんらかのモデルを与え(後述)、植生の揺動が1自由度系振動モデルで表されるものとすると、界面の変形速度は結局次のようになる( $\zeta < 1.0$ の場合の結果のみ掲載した)。

$$\frac{1}{a} \frac{\partial y_p}{\partial t} = M \sin(\kappa x - \omega t) - N \cos(\kappa x - \omega t) \quad (2)$$

$$M = q \omega_0 \frac{2\zeta \omega^2 h_0 \gamma_u \cos \phi_u - \omega \cdot (1 - \omega^2) h_0 \gamma_u \sin \phi_u}{(1 + \omega^2)^2 - 4\omega^2 (1 - \zeta^2)}, N = q \omega_0 \frac{2\zeta \omega^2 h_0 \gamma_u \sin \phi_u + \omega \cdot (1 - \omega^2) h_0 \gamma_u \cos \phi_u}{(1 + \omega^2)^2 - 4\omega^2 (1 - \zeta^2)}$$

$$q = (-2\ell_0 \theta \sin \theta_0); \quad \ell_0 = \ell_0 / h_0$$

ここで、 $\zeta$ : 無次元減衰率、 $\omega_0$ : 振動数比( $\omega / \omega_0$ ,  $\omega_0$ : 植生の固有振動数)、 $\gamma_u$ ,  $\phi_u$ : それぞれ界面形状に対する界面流速の摂動分を基準化した量 $\gamma$ の振幅倍率、位相差である。式(1)の直接時間微分と式(2)の比較から次式が得られる。

$$(1/a) \partial a / \partial t = M \quad (3) ; \quad \omega = N \quad (4)$$

$M$ は振幅の増幅率を表わしており、 $M > 0$ で系が不安定となり、これは穂波の発生を意味する。また、式(4)を变形すると次のような $\omega$ に関する式が得られる。

$$\omega^5 + A\omega^3 + B\omega^2 + C\omega = 0 \quad (5)$$

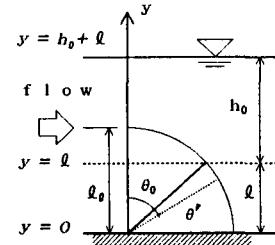


図1 植生変形の仮定

ここで、 $A=2-4(1-\zeta^2)+qh_0\gamma_u \cos \phi_u$ ,  $B=-2qh_0\gamma_u \sin \phi_u$ ,  $C=1-qh_0\gamma_u \cos \phi_u$ である。

### 3. 流れのモデルと不安定解析の実行

植生層を伴う流れ場は非常に複雑であり、波状界面形状を有する植生上の流れを的確に表すと思われる解析モデルは今のところ見あたらない。流れの詳細な検討については今後の研究に期待することとし、ここでは $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて流れ場の概略を予測計算し、これを用いて不安定解析を実行することにした。

$k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた植生層を伴う流れ場の数値計算については文献1)とほぼ同様とした。正弦波状の界面形状については長方形のメッシュで近似した。界面での流速値は近似的に植生の平均高さ $y=\ell$ での値で代表するものとする。平均流速 $U_0=20\text{cm/s}$ , 水深 $h_0=5\text{cm}$ , 植生の平均高さ $\ell=5\text{cm}$ , 平均的な傾き $\theta_0=30^\circ$ , 密生度 $C_0 \lambda=0.1$ (単位体積当たりの植生の遮蔽面積に抗力係数をかけたもの)を一定とし、波形勾配 $a/\kappa$ を変化させて、その特性を調べた。図3は波形勾配に対する $\phi_u$ の振幅倍率の変化を示したもので、波形勾配が減少するにしたがい振幅倍率は増加する傾向にある。線型解析は $a/\kappa \ll 1$ を想定しているので、ここでは $a/\kappa \rightarrow 0$ での値を図3より外挿し、線形近似下での振幅倍率を $h_0\gamma_u=1.0$ と決定した(これはもちろん水理条件、植生の性質により変化するものと思われる)。図4は界面形状に対する $\phi_u$ の位相差 $\phi_u$ を $\kappa h_0$ に対してプロットしたものである。同一の $\kappa h_0$ では $a$ の違いによる位相差の変化はほとんど見られなかった。計算の範囲内で位相差は第3象限の角となり、 $\phi_u$ の $\kappa h_0$ による変化を次式で近似した。

$$\phi_u = -\pi + (\pi/2)[1 - \exp(-\kappa h_0 / \Lambda)] \quad (6)$$

ここで、今回計算に用いた水理条件、植生条件では $\Lambda=1.0$ が適当であった。

このようにして得られた $h_0\gamma_u$ ,  $\phi_u$ を式(5)に代入し、式(5)を満たす $\omega$ を数値計算により求めた。求められた $\omega$ をさらに式(3)に代入することにより、界面形状の振幅の増幅率Mが得られた。図5は $\kappa h_0$ に対する増幅率、 $\omega$ の変化を示したものであり、増幅率がピークとなる擾乱が卓越波となる。図5のようにある $\kappa h_0$ に対して式(5)を満たす $\omega$ が複数個存在する場合には、それぞれを用いて計算される増幅率が最大となる $\omega$ が発生するものと考えられる。図6は植生の無次元減衰率 $\zeta$ に対して発生する卓越波を示したもので、 $\zeta$ が小さくなるほど卓越波数は小さくなる。ただし、今回用いた水理条件、植生条件では $\zeta$ が0.3程度より大きくなると式(5)を満たす $\omega$ は0以外になくなる。 $\omega=0$ では増幅率はゼロとなり、中立状態を意味する。式(5)を満たす $\omega$ の存在性も含めて、これらの定量的評価及び水理条件、植生条件の違いによる系統的な検討は今後の課題とする。

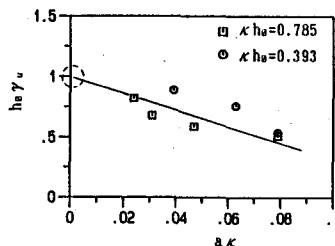


図3 振幅倍率 $h_0\gamma_u$ の変化

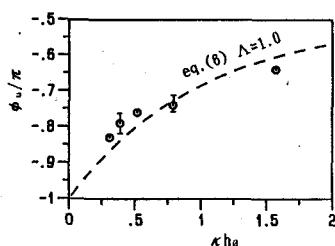


図4  $\phi_u$ の $\kappa h_0$ による変化

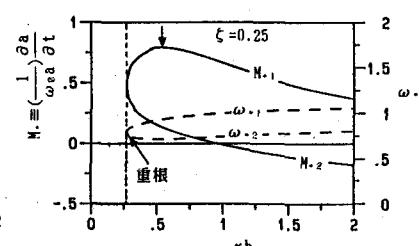


図5 振幅の増幅率と角周波数

### 4. あとがき

植生の揺動～揺動する植生上の流れの相互作用系の不安定性から「穂波」の発生を予測した。今後、不安定条件の系統的な検討とともに実験によって水流中の「穂波」の把握に努めたい。

### 参考文献

1)清水・辻本・北村：植生に覆われた砂床上流れの浮遊砂濃度分布，

水工学論文集, 第35巻, pp.477-482, 1991. 2)辻本・松本：柔軟

な植生と流れの相互作用について, 土木学会中部支部年譲, 1990.

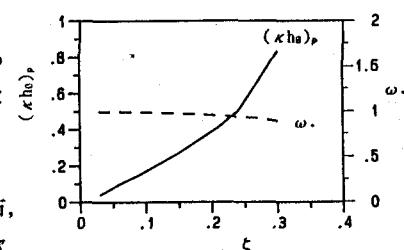


図6 減衰率 $\zeta$ による卓越波数の変化