

植生を有する複断面水路の粗度係数の算定

信州大学工学部 正 員○富所 五郎

信州大学工学部 杉浦 岳

1. はじめに

本研究は、千曲川の植生を有する複断面水路における地目別粗度係数を、いくつかの組み合わせの地目に応じた粗度係数を用いた数値解析水位と実際の千曲川の洪水痕跡を比較することにより算定するものである。ここにおける数値解析法では、流れを二次元と仮定し、空間変数に対しては Galerkin 有限要素法を用い、時間変数に対しては two-step Lax-Wendroff 法によって離散化して行うもので、境界条件を一定とした非定常解析の収束解を定常解としている。

2. 流れの基礎方程式

開水路の流れを支配する二次元の基礎方程式は、次の運動方程式と連続式である。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = g(I_x - S_x) - g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = g(I_y - S_y) - g \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \cdot d) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v} \cdot d) = 0 \quad (3)$$

ここに、 x 軸は x 方向の平均勾配 I_x に平行に、 y 軸は y 方向の平均勾配 I_y に平行に水面付近にとり、また z 軸は $x-y$ 平面に直角に、鉛直上方を正としている。また、 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ はそれぞれ鉛直平均流速の x 、 y 成分、 t は時間、 ρ は水の密度、 P は圧力、 g は重力加速度、 d は水深、 A_h は水平渦動粘性係数、 S_x 、 S_y はそれぞれ摩擦勾配の x 、 y 成分で、ここではマニング式より算定する。

3. 流れの基礎方程式の離散化

流れの基礎方程式 (1), (2), (3) を空間変数について Galerkin 有限要素法により離散化する。三角形一次要素の形状関数 N_i と総和規約を用いると、平均流速 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ と水面上昇量 ξ の近似関数は、

$$\bar{u} = N_i \cdot u_i, \quad \bar{v} = N_i \cdot v_i, \quad \xi = N_i \cdot \xi_i \quad (i=i, j, k) \quad (4)$$

と表されるが、これらを式 (1), (2), (3) に代入し、重み関数として N_i をかけ、重み関数の定義域内で積分すると、単一要素の場合次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} \cdot \dot{u}_j + (RX_{ijk} \cdot u_j + RY_{ijk} \cdot v_j) u_k \\ = g \cdot I_x \cdot D_i - g \cdot EX_{ij} \cdot \xi_j + (KX_{ij} + KY_{ij}) \cdot u_j + FX_i \\ M_{ij} \cdot \dot{v}_j + (RX_{ijk} \cdot u_j + RY_{ijk} \cdot v_j) v_k \\ = g \cdot I_y \cdot D_i - g \cdot EY_{ij} \cdot \xi_j + (KX_{ij} + KY_{ij}) \cdot v_j + FY_i \\ M_{ij} \cdot \dot{\xi}_j + CX_{ij} \cdot u_j + CY_{ij} \cdot v_j = 0 \end{aligned} \right\} (j=i, j, k, \quad k=i, j, k) \quad (5)$$

ここに、 u_j 、 v_j 、 ξ_j の上付き ($\cdot$) は時間微分を示し、 i, j, k である。各係数は紙面の都合上、ここでは省略する。上式は、 u_j 、 v_j 、 ξ_j を未知量とする連立常微分方程式である。また、要素が多数存在する場合には、上式の各項を各要素ごとに求め、重み関数にしたがって重ね合わせると、上式と同様の式が得られる。

時間変数に対しては、陽的差分法の一つである two-step Lax-Wendroff 法を用いて離散化する。

4. 計算対象河道と計算条件

計算対象河道は、千曲川と犀川合流点より下流 500m 地点から、立ヶ花橋より上流 1500m 地点までの総延長 12km の区間である。この河道全体を図-1 に示すように、低水路、広葉樹、針葉樹、畑、荒地地の 5 種類の地目分類に応じて二次元有限要素メッシュ (節点数 259、要素数 432) に切った。

下流端境界条件としては、下流端の水位は実際の洪水痕跡で拘束し、流速はその洪水時の最大流量をもとに、兩岸より中心までの各節点での流速比が 0, 1, 2, 3 となるよう求めて拘束した。また、上流端境界条件としては、水位は一つ下流の断面の水位より予測し、流速はその水位から下流端と同様の方法で求め拘束した。さらに、岸では流速はすべて零に拘束した。

水平渦動粘性係数は、これを決定するための確かな方法はないので、本研究では Reynolds の相似仮定より、渦動粘性係数を拡散係数に等しいおき、 $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ に従って次式で定めた。 $A_h = 0.01 l^{4/3}$ (l は拡散現象のスケールで、ここではメッシュ幅)。この 0.01 の定数値には、拡散幅も関連するので、実際の数値計算に用いる値は、メッシュ幅に応じた割り増しが必要である。

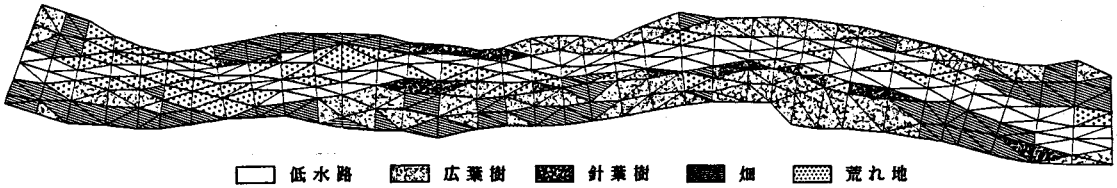


図-1 有限要素メッシュと地目の区分 (左端が上流)

5. 解析結果と考察

昭和58年9月の観測史上最大の洪水 (立ヶ花地点で最大流速 $7400 \text{ m}^2/\text{s}$, 最高水位 11.13 m) を対象とした洪水痕跡と計算水位の比較で、一番良く一致した結果を図-2示す。この時のマンニング粗度係数は、低水路、広葉樹、針葉樹、畑、荒地に対して、それぞれ 0.015, 0.080, 0.100, 0.010, 0.030である。図に於いて、破線の方が変動が小さいが、これは A_h を実線の $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ に従った $1.0 \text{ m}^2/\text{s}$ 程度の値に対して 10倍の値を用いて計算した結果である。上に示した広葉樹や針葉樹の地目に対するマンニング係数は、標準的な最大値の倍程度の大きさである。これは、樹木の抵抗を考慮したもので、直径 D の円柱が s 間隔にあると、この抵抗をせん断応力に換算する $1/2 \cdot \rho C_D U^2 \cdot D d / s^2$ (C_D は抵抗係数, U は流速) である。一方、マンニング公式より求めたそれは $\rho g n^2 U^2 / d^{1/3}$ となる。これらを等しとおき $n = \sqrt{C_D D d^{4/3} / 2 g s^2}$ で、抵抗係数 1.0, 直径 0.2m の円柱が 5m間隔に 3mの水深の所にあると、この抵抗をマンニング係数に換算すると 0.042になる。千曲川の広葉樹の地目では林檎や桃畑が多く、植樹間隔は 5m より大きい、枝や葉さらに樹木以外の粗度も考えて上の値にした。昭和35年から60年までの別の六洪水に対しても、河積や地目等の条件は変えずに同様の解析を行ったが、年代を遡るほど、上流域で実際の洪水痕跡より計算水位が下がる結果が得られており、現在の方が洪水疎通能力が上がっているものと思われる。

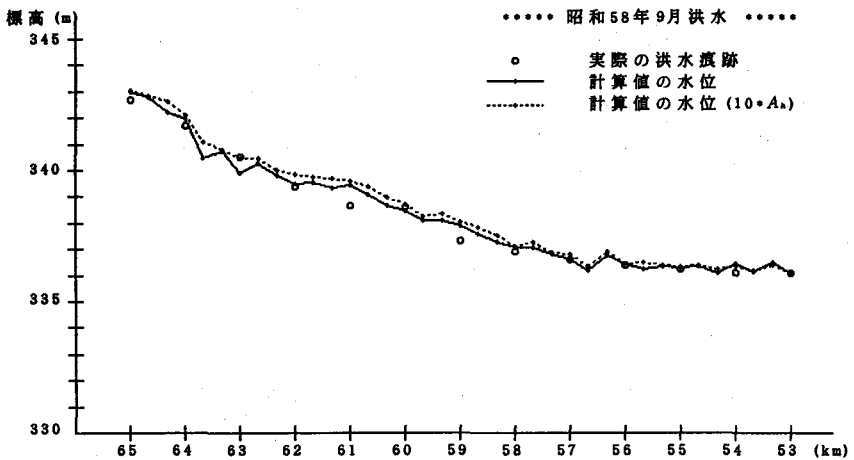


図-2 洪水痕跡と計算水位の比較

参考文献

- 1) 玉井信行：密度流の水理，技報堂出版，pp. 44-45, 1980.