

確率マトリクス法による貯水池の長期間安全度評価

岐阜大学工学部 正会員 小尻利治
 岐阜大学工学部 正会員 宝 馨
 岐阜大学工学部 学生員 ○池田繁樹

1 はじめに

貯水池をはじめとする水資源システムは、計画高水、計画渇水を想定して設計されている。しかし、入力となる降水-流量分布には不確定な要素が多く、かつ、水利用形態も時間的・空間的に変化している。そこで本研究では、貯水池の長期間操作を対象に、降水の確率分布を仮定してシステムの安全度評価を行おうとするものである。とくに、確率マトリクス法を用いて水量の遷移過程を表現し、温暖化シナリオが与えられた場合のシステムの特性を明らかにしようとするものである。

2 貯水池の安全度評価

単ダム-単評価地点系を考えると、安全度は以下ようになる。ダム貯水池に流入する流量は不確定要素を持つ確率変数であるが、時・空間的には、ある種の従属関係を有している。そこで、貯水池流入量の時間的従属性を単純マルコフ過程と仮定すれば、流入量の遷移確率ベクトルとダム貯水池操作より、貯水量遷移確率マトリクスが得られる。この貯水量遷移確率・放流量遷移確率からシステムの信頼度、回復度、深刻度を求める事ができる。

3 流入量確率マトリクスの算定

旬もしくは月単位での貯水池への流入量は、降水、前時刻の流量、及び、蒸発散の線形関数で与えられるとして、次式を用いる。

$$QI(t) = a_1 QI(t-1) + a_2 RA(t) - a_3 EV(t) \quad (1)$$

ここに、 $QI(t)$ は t 期におけるダム流域流出量 (= 貯水池流入量)、 $RA(t)$ は降水量、 $EV(t)$ は蒸発散量、 a_1, a_2, a_3 は係数である。

(1) $EV(t) = 0, RA(t)$ は時間的独立のとき: ある時点での流量、降水の生起確率を $QI(t-1) = [pq_0^{t-1}, \dots, pq_I^{t-1}]^t$, $RA(t) = [pra_0^t, \dots, pra_M^t]^t$ と定義しよう。すると、 t 期の流量の同時生起確率

$PQQI(t) = Pr[QI(t-1), QI(t)]$ の要素は次のようになる。

$$pqq_{ij}^t = \sum_m pq_i^{t-1} pra_m^t (j \leq a_1 i + a_2 m < j+1) \quad (2)$$

従って、条件付確率 $CQQI(t) = Pr[QI(t) | QI(t-1)]$ の要素は、 $cqq_{ij}^t = \sum_m pra_m^t$ で表される。

(2) $EV(t) \neq 0, RA(t)$ は時間的独立のとき: 一般に、蒸発散は気温の関数で、降水、流量とは無相関と見なすことができるので、流量の同時生起確率 $PQQI'(t)$ の要素は次のようになる。

$$pqq_{ij}^t = \sum_n \sum_m pq_i^{t-1} pra_m^t pev_n^t (j \leq a_1 i + a_2 m + a_3 n < j+1) \quad (3)$$

条件付確率 $CQQI'(t)$ は $cqq_{ij}^t = \sum_n \sum_m pra_m^t pev_n^t$ となる。

(3) $EV(t) \neq 0, RA(t)$ は時間的従属のとき: t 期と $t-1$ 期の降水に 1 次マルコフ性があるとき、 $RA(t)$ は条件付確率として $PRRA(t) = Pr[RA(t) | RA(t-1)]$ で表現できる。いま、 $t=1$ の時 $QI(0)$ が与えられると、流量の同時生起確率 $PQQI''(1)$ の要素は

$$pqq_{ij}^1 = \sum_n \sum_m \sum_{u=0}^U pq_i^0 crra_u^1 pev_n^1 (j \leq a_1 i + a_2 m + a_3 n < j+1) \quad (4)$$

となる。ただし、 $cr ra_{um}^1$ は $PRRA(1)$ の第 m, u 要素である。続いて、時点2での同時生起確率は、式(4)の結果をもとに、

$$pq q_{ij}^{n2} = \sum_{n2} \sum_m \sum_{u=0} \sum_v pq q_{vi}^{n1} cr ra_{um}^2 pev_{n2}^2 (i \leq a_1 v + a_2 u + a_3 n1 < i+1, j \leq a_1 i + a_2 m + a_3 n2 < j+1) \quad (5)$$

より得られる。以上の式を繰り返し計算することにより、流入量の条件付確率マトリクスが算出される。

4 貯水量の遷移確率マトリクス

(1) 水量マトリクス: t 期における貯水量の遷移確率マトリクスを $CSS(t) = pr[s(t+1) | s(t)]$ とし、同期の放流量 QO をその期首の貯水量によって一意的に定まるとすると、 $CSS(t)$ の要素 css_{ij}^t は次のようになる。

$$css_{ke}^t = \frac{Pr[s(t) - QO(t) + QI(t) = l, s(t) = k]}{Pr[s(t) = k]} = \sum_{i=0}^I pq q_{ij}^{nt} \quad (6)$$

ただし、 $j = l - k + QO$ で、結局、 t 期の貯水量生起確率ベクトルを $PS(t)$ 、放流量生起確率ベクトルを $PO(t)$ 、放流マトリクスを $D(t)$ で表すと

$$PS(t+1) = PS(t) \cdot CSS(t) \quad (7)$$

$$PO(t) = PS(t) \cdot D(t) \quad (8)$$

で順番に求められる。

(2) 水質マトリクス:続いて、貯水池内の水質の遷移過程について考えよう。 BOD を想定しつつ、その濃度が流入量と線形関係

$$CI(t) = cQI(t) \quad (9)$$

にあるとする。貯水池内の水質変化は完全混合モデルとすると、 t 期の貯水池内の水質を $CS(t)$ とすれば、 $t+1$ 期の水質に関して

$$CS(t+1) = \frac{CI(t) \cdot QI(t) + CS(t) \cdot S(t)}{S(t) + QI(t) - QO(t)} \quad (10)$$

が成立する。従って、貯水量と水質の同時生起確率を $DCS(t) = Pr[S(t) | CS(t)]$ で表すと、水量・水質の遷移確率ベクトル $CCD(t) = Pr[CS(t+1), S(t+1) | CS(t), S(t)]$ の要素 $CCSD_{imn}^t$ は

$$CCSD_{jklm}^t = \frac{Pr[S(t+1), CS(t+1) | S(t), CS(t)]}{Pr[CS(t), S(t)]} = Pr\left[\frac{CI(t)QI(t) + CS(t)S(t)}{S(t+1)}, S(t+1)\right] = \sum_{i=1}^I pq q_{ij}^{nt} \cdot pscs_{im}^t \quad (11)$$

ただし、 $k \leq \frac{ci^2 + ml}{j} < k+1$ となる。ゆえに、式(7),(11)及び DCS があれば水質の遷移確率マトリクスと生起確率ベクトルが得られることになる。

5 温暖化シナリオに関する水量・水質確率の変化

温暖化シナリオとして約40年間に気温平均が+3%、降水平均が±10%変化する場合を検討しよう。気温に関しては、蒸発散量が10~30%変化するものとして、流量及び気温の確率マトリクスを変化させ解析を進める。さらに、計算のシナリオとしては(1)10年毎に確率マトリクスが段階的に変化する場合、(2)一度に確率マトリクスを変えた場合、(3)さらに、それらの水量、水質ベクトルに加えて安全度指標を求める。

6 おわりに

本研究は確率マトリクス法を用いて貯水池内の水量・水質の遷移過程を定式化したものである。また、蒸発散を考慮して、温暖化シナリオでの気温と降水の影響評価を行おうとしたものである。時間、及び、紙面の都合上、適用は講演時に述べる。

参考文献

- [1] 小尻、池淵、飯島：利水システムの安全度評価に関する研究、土木学会論文集 第381号/II-7 1987年 pp91~100
- [2] 竹中：確率マトリクス法によるダム群の安全度評価に関する研究、岐阜大学卒業論文1989年