豪雨極値の地域総合化へのKrigingの適用と地形効果の導入

岐阜大学工学部　正会員　宝　馨
岐阜大学大学院　学生員　岡　明夫
岐阜大学工学部　学生員　○浅井　学

1　目的

本研究は、豪雨の規模や頻度の推定の際に問題になるデータ不足を地域総合化手法により解決しようとするものである。地域総合化手法とは、気象学・水文学的な観点から一様な性質をもつとみなし得る地域について、その地域内の豪雨・洪水の極値データの確率的特性を総合化し、同じ地域内での観測データのない（比較的少ない）地点についてもその確率特性が利用できるようにする手法である。Kriging法は地域内の観測されている地点の状態のデータをもとに、その空間相関を用いて観測されていない任意の地点の状態を推定する手法であり、任意地点の推定値のみならずその推定精度までも明らかにできる有望な手法であると考えられる。岡・宝は、回帰分析とKriging法による地域総合化について検討しており[1]、ここでは、variogramの推定精度の向上を図るとともに、地形効果を考慮する。

2　方法

2.1　定常確率場におけるKriging法

地点P(P: 位置ベクトル）における確率雨量を$Z(P)$とおくと、$Z(P)$は確率場における確率変量とみなせる。確率場に二次の定常性を仮定すると、仮定が強すぎるので仮定を弱め、$Z(P)$の増分が定常であると考えると、任意の二地点P_i,P_jにおいて、

$$E[Z(P_i)-Z(P_j)]=0 \tag{1}$$

$$\mathrm{Var}[Z(P_i)-Z(P_j)]=2\gamma(d_{ij}) \tag{2}$$

となる。ただし、$d_{ij}=|P_i-P_j|$である。関数γはvariogramと呼ばれ$Z(P)$の統計的な空間分布構造を表す。確率場のエルゴード性を仮定すれば、経験的variogram γ^*は実測データを用いて次式で推定される。

$$2\gamma^*(d_{ij})=\frac{1}{N(d_{ij})}\sum[Z(P_i)-Z(P_j)]^2 \tag{3}$$

ここに$N(d_{ij})$：距離d_{ij}離れた観測地点i,jの組の数であり、$\sum$はその組に含まれるi,jの組合せの総和を表す。この経験的variogram γ^*を理論上のvariogram γのモデルで近似する。このvariogramを媒介としてn地点の観測値をもとに観測されていない地点の状態推定を行う手法がKriging法である。Kriging法は観測値を確率場における実現値と考え、状態変数$Z(P)$の推定値$\hat{Z}(P)$を次式を満たす最良線形不偏推定値として求めるものである。

$$\mathrm{Var}[\hat{Z}(P)-Z(P)]\rightarrow \min \tag{4}$$

$$\hat{Z}(P)=\sum_{i=1}^{n}W_iZ_i \tag{5}$$

$$E[\hat{Z}(P)-Z(P)]=0 \tag{6}$$

ここにW_i:$\hat{Z}(P)$を推定するためのZ_iの荷重係数で、

$$\sum_{i=1}^{n}W_i=1 \tag{7}$$

上記の諸式により次のKriging方程式が導かれる。

$$\sum_{j=1}^{n}W_i\gamma(d_{ij})+\mu=\gamma(d_i),\quad d_i=|P-P_i| \tag{8}$$

ここにμ:Lagrangeの未定定数である。式(7)、(8)を連立させた$(n+1)$個の方程式を解くことにより任意の推定値におけるW_iとμが得られ、式(5)からその地点の推定値$\hat{Z}(P)$が求められる。この$\hat{Z}(P)$の推定誤差であるKriging分散（式(4)の最小値）は次式となる。

$$\mathrm{Var}[\hat{Z}(P)-Z(P)]_{\min}=\sum_{i=1}^{n}W_i\gamma(d_i)+\mu \tag{9}$$

したがって確率変数$Z(P)$として地点Pでの確率雨量をとれば上記の方法により確率雨量の空間分布$\hat{Z}(P)$とこの誤差が推定できることになる。

Kriging法の推定精度をあげるには、まず、variogramの精度が問題となる。精度の向上の方法として、

1. 観測地点からある一つの地点を取り除く。
2. 取り除いた地点以外のすべての地点のデータを用いて取り除いた地点の推定を行う。
3. Krigingによる推定誤差と標準偏差σ_zを算出する。
4. 上記の方法をすべての地点について繰り返し計算し、次式を満たすようにモデルのパラメタを調節する。

$$\mathrm{KAE}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Z_i-Z_i^*)\simeq 0 \tag{10}$$

$$\mathrm{KRMSE}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{Z_i-Z_i^*}{\sigma_z}\right)^2\simeq 1 \tag{11}$$

2.2 地形効果の考慮

岡・宝の研究による説明変数を標高とした重みつき回帰分析(WLS法)の結果、降雨は標高が高いほど強くなることが知られているので、そうした地形効果を考慮する。

地形効果を導入することよる精度の向上を、以下の適用方法の比較により調べる。

1. 定常確率場でKrigingを行う。
2. 地形効果を除いたのち、定常確率場のKrigingを行う。

   実際の作業としては、雨量データからWLS法の結果 $Y=187.3293+0.9522X$ (X:標高　Y:雨量) に従って、地形効果を除いた新しい雨量データをつくり、そのデータを用いてKrigingを行い、出た結果に先ほど除いた地形効果を加え、最終結果とする。

3　対象地域の概要

野洲川流域(面積387 km^2)を対象地域とする。この流域のメッシュ標高データと各観測地点(10地点)でのT年確率K日雨量(T=100, 200, 300、K=1, 2, 3)を基本データとする。

4　結果及び考察

定常確率場でのKrigingを検討した。10地点のうち、水口を検定用の地点として予め取り除いて解析した。地点間距離の階級を0～2, 2～5, 5～10, 10～20, 20～40kmとして、経験的variogramとそれを近似したvariogramのモデルを求めた。地形効果を考慮しない場合と考慮した場合の結果を、それぞれ図1, 図2に示す。考慮しない場合はKAE= -1.057, KRMSE=0.969であったのでvariogramのモデルのパラメタを調節した。考慮した場合はこのような調節は必要なかった。

図3, 図4はともに図1, 図2のvariogramのモデルを採用して描いた雨量等高線図である。地形効果を考慮した場合(図4)は、標高に対応して複雑な形状となっている。検定用の水口の地点の推定値を比べると地形効果を考慮した場合の方がよい結果を示した。詳細は講演時に述べる。

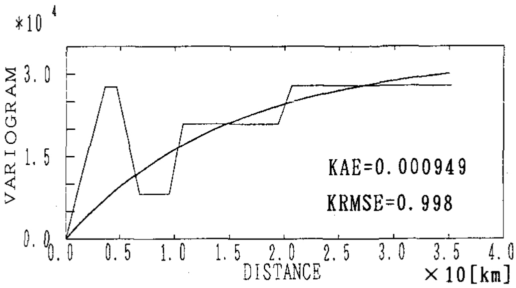

図1

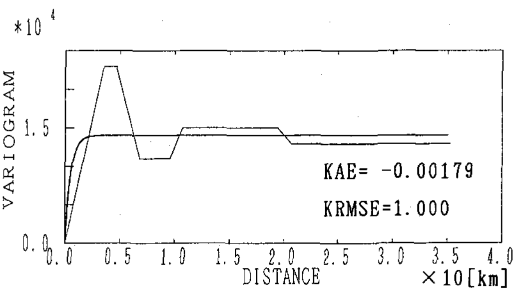

図2

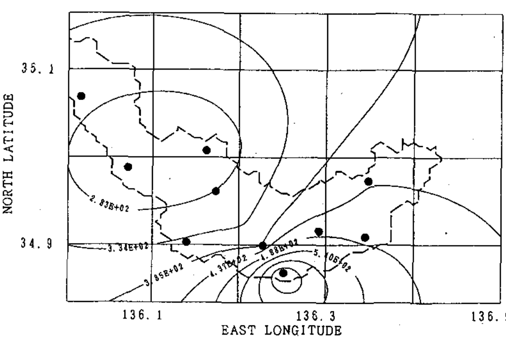

図3

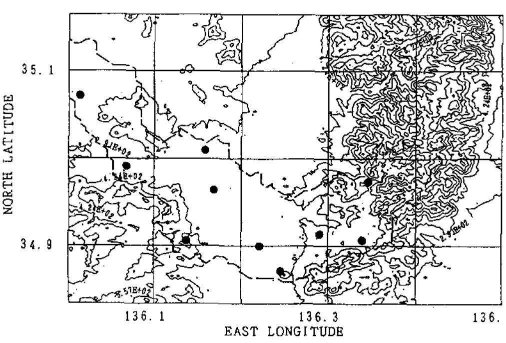

図4

参 考 文 献

1) 岡　明夫・宝　馨：豪雨極値の地域総合化に関する研究、土木学会第46回年次学術講演概要集　第2部／II-64

2) Singh, V.P. (ed.): Regional Flood Frequency Analysis, D.REIDEL PUBLISHING COMPANY, 1987.

3) Lawrence Dingman, S.,et al.: Application of Kriging to Estimating Mean Annual Precipitation in a Region of Orographic Influence, Water Resources Bulletin VOL.24,NO.2 pp.329-339, 1987.