

Ritz/FEM 混用法を用いた非載荷辺固定支持圧縮板の弾塑性解析

岐阜大学工学部 正 員 森脇 良一

岐阜大学工学部 正 員 奈良 敬

岐阜大学大学院○学生員 矢野 英樹

1. まえがき

これまで、平板の座屈解析、および極限強度評価を論じる場合、境界条件を周辺単純支持として取り扱ったものが多数であって、非載荷辺の境界条件を固定支持とした例は非常に少ないと言ってよい。この理由としては固定支持としたときのたわみ波形の近似関数が複雑なために計算可能な解析式の誘導が困難であることが言える。このため本研究では、双曲線関数と三角関数を組み合わせた従来型のたわみ関数に比べて非常に簡単で解析し易くかつ固定支持の境界条件を満足する新しいたわみ関数¹⁾を用い、Ritz/FEM混用解析法を用いて、圧縮力のみが加わる板の弾塑性解析を行うことにする。

2. 解析方法

有限要素法の1節点における変位増分は面内変位増分、面外変位増分があるが、面外変位を比較的少ない未知係数を持つ変位関数で近似できるのであれば、この未知数に対する剛性方程式を解くことにより、より少ない未知量でもって計算を進めるわけである。そこで本研究では、実際のモデルに最も近いと考えられている載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の境界条件を満たすたわみ関数(1)として、次式のようなたわみ関数を採用した。

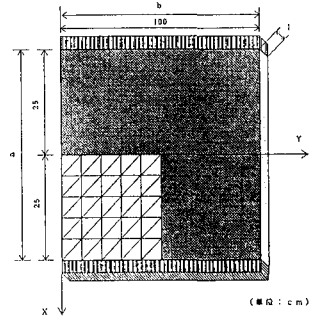


図-1 解析モデル

$$W = \sum_m \sum_n w_{m,n} \cos \frac{m\pi x}{a} \left\{ \cos \frac{(n-1)\pi y}{b} - \cos \frac{(n+1)\pi y}{b} \right\} \quad (1)$$

3. 数値計算モデル

従来の有限要素法(FEM)と本解析法(Ritz/FEM)の解析結果を比較検討するために、表-1のように計算モデルを決定した。なお残留応力は考慮していない。

表-1 数値計算モデル

非載荷辺 a (cm)	載荷辺 b (cm)	初期たわみ W ₀ /T
50, 80, 100, 120	100	0.1

4. 項数(Nw)と精度の関係

図-2は平板の中央点のたわみと荷重の関係を a/b=1について示したものである。縦軸は作用荷重と座屈荷重の比をとって無次元化してある。座屈荷重は載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の条件のもとに座屈係数の最低値 k = 6.97 で計算したものである。横軸には中央点の全たわみ量(初期たわみ+付加たわみ)と板厚との比をとって無次元化してある。これらの図からわかるように項数を増加させて

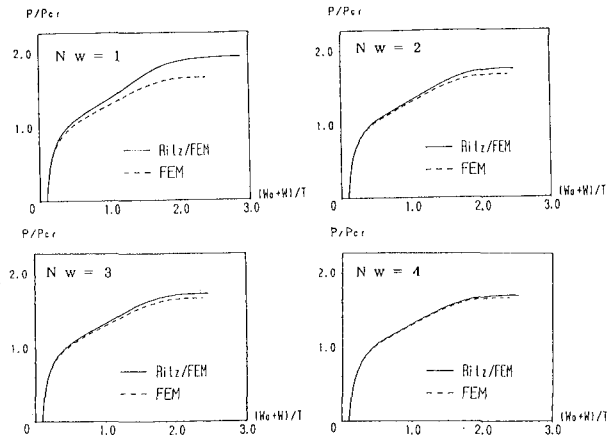


図-2 たわみと荷重の関係

いくに従ってRitz/FEMによって得られた曲線がFEMによって得られた曲線に収束していくのがわかる。またRitz/FEMで解析した場合、座屈荷重付近からの作用荷重が同じ変位増分に対して少し大きめに出てしまう。これは面外変位をたわみ関数で仮定しているため、たわみに拘束が増し荷重に対する強さが増したのだと思われる。しかし項数を増加させていけば、こうした傾向もなくなりFEMの曲線に収束していくのがわかる。

5. たわみ波形の比較

図-3は $a/b=1$ の場合の非載荷方向の中央断面のたわみ波形をFEMを基準に比較したものである。すなわち、FEMの中央断面の最大たわみになる点にRitz/FEMで仮定したたわみ関数を当てはめて、たわみ関数の係数 w_{mn} を算出し中央断面の波形を見たものである。図-3より項数を増やすに従って、たわみ波形がFEMで得られた値に一致していくのがわかる。そして式(1)に示したたわみ関数では、係数 w_{mn} のうち w_{m1} が支配的な重みを持つことが考えられる。特に非載荷方向の中央断面に関しては w_{11} がかなり影響している。

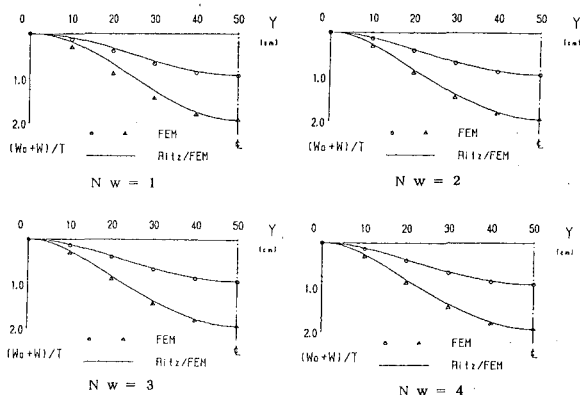


図-3 たわみ波形の比較

このことは式(1)のたわみ関数を考えた場合、非載荷方向の中央断面を表す波形が、非載荷辺固定支持の条件のもとで面内圧縮を受けた場合のたわみ波形に最も類似するものと思われる。したがって、この波形を基準に項数を増やしていくことにより、より精度の良い波形に近似できるものと思われる。さらに厳密に言えば、非載荷方向の境界条件が固定支持であるため、非載荷方向に対して項数を増やす必要があることが明らかになった。つまり項数を単に増加させるのではなくて、項数と波形の取り方が重要であることが言える。

6. 計算時間の短縮

計算時間比較をおこなってみると、Ritz/FEMの項数増加による計算時間増がみられるが、最大でFEMの60%の計算時間で解析できた。ただし今回のような単純モデルで、荷重条件も圧縮のみであるため、複雑な解析モデルや荷重条件が変化した場合に、このような利点が生かせるか今後の課題である。

7. 他の研究例との比較

文献4)でYAMAKIが古典的解法Galerkin法で弾性解析した資料で、この解析結果の考察もおこなってみたが、FEMと同様の解析結果を出しているの、これまで述べてきたことが言える。

8. 結論

- ① 比較した数値解析の結果より、今回採用したたわみ関数での解析結果の妥当性が立証された。
- ② 境界条件、荷重条件等により、波形を考えて項数の取り方を選択しなければならない。
- ③ この手法により計算機容量の節約が可能であり、計算時間の節約になる。

《参考文献》

- 1) 森脇良一、奈良敬：面内組み合わせ荷重を受ける鋼桁腹圧縮強度、構造工学論文集 Vol. 35A, pp. 127-134, 1989年 3月
- 2) 小松定夫・北田俊行・岡田純一：初期不整を有する補剛された圧縮板の極限強度について、日本鋼構造協会、第11回大阪研究集会マトリックス解析法研究発表論文集、1977年6月, pp. 175~180
- 3) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析、土木学会論文報告集、第244号, 1975年12月
- 4) Yamaki, N.: Postbuckling Behavior of Rectangular Plates With Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression