

薄肉鋼板構造の立体弾塑性有限変位解析

岐阜大学工学部 正 員 森脇 良一

岐阜大学工学部 正 員 奈良 敬

岐阜大学大学院 学生員 〇岩木 和洋

1. まえがき

現行の道路橋示方書における許容応力度設計法を、より合理的で実際の構造物に適した、構造物の限界状態に対して安全性を評価し設計する方法である限界状態設計法へと改善していくためには、鋼橋の強度をそれが耐えられる最大の荷重すなわち極限強度で評価することが必要である。そのためには、鋼橋全体およびその構成要素を対象とした構造解析法を開発し、それに基づいた極限強度の評価が重要である。本研究は、その評価を実現するための第1段階として、薄肉鋼板構造の立体弾塑性有限変位解析法を開発したのでここに報告する。

2. 解析方法

本研究における解析法の定式化の概略は、次のとおりである。

(1) micropolar理論¹⁾による micro変形に対応した面内回転剛性を導入し、各節点の節点変位として並進変位3成分(u, v, w)および面内回転変位成分を含む回転変位3成分($\theta_x, \theta_y, \theta_z$)の6自由度を導入した計18自由度の三角形薄板要素とする。

(2) 剛性マトリックスは、系の全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件より誘導する。

(3) 以下のように鈴木ら²⁾が採用している方法である変形前の要素座標系で剛体変位を除去する。

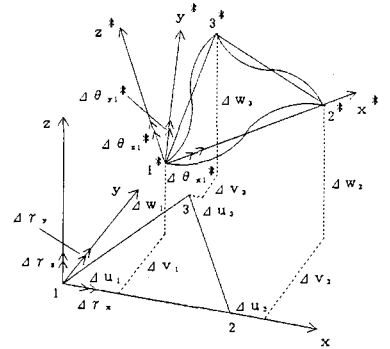


図-1 剛体変位の除去

図-1 に示すように、変形後の要素座標系(x^*, y^*, z^*)

を変形前の要素座標系(x, y, z)と同様に定義すれば、剛体変位を除去した増分並進変位は、変形後の座標系と変形前の座標系の差として表され、次式となる。

$$\begin{bmatrix} \Delta u_1^* & \Delta v_1^* & \Delta w_1^* & \Delta u_2^* & \Delta v_2^* & \Delta w_2^* & \Delta u_3^* & \Delta v_3^* & \Delta w_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x_2^* - x_2 & 0 & 0 & x_3^* - x_3 & y_3^* - y_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

回転成分については、剛体回転を線形な対応関係で評価し、板曲げに対する回転と面内回転とを独立に決定する。板曲げに対する剛体回転は、要素内で勾配が一定となる三角形要素を用いて決定する。この要素は、三角形の各頂点に設けた節点における面外変位のみを節点変位とし、変形前の要素座標系における変形後の増分面外変位は次式となる。

$$\Delta w = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \Delta u_1 & \Delta v_1 \\ 1 & x_2 + \Delta u_2 & \Delta v_2 \\ 1 & x_3 + \Delta u_3 & y_3 + \Delta v_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \Delta w_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

(2)式より、変形後の要素1* 2* 3* の変形前の座標系に置ける剛体回転は、次式となる。

$$\begin{bmatrix} \Delta r_x \\ \Delta r_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta w, y \\ -\Delta w, x \end{bmatrix} \quad (3)$$

よって、変形後の座標系 x^* 軸、 y^* 軸まわりの節点 i^* における剛体回転を除去した増分節点回転変位は、次式となる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Delta \theta}_{x i^*} \\ \tilde{\Delta \theta}_{y i^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{x^* x} & \lambda_{x^* y} \\ \lambda_{y^* x} & \lambda_{y^* y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_{x i} - \Delta r_x \\ \Delta \theta_{y i} - \Delta r_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに、 $\lambda_{x^* x}$ は x^* 軸と x 軸との方向余弦であり、他の成分も同様である。面内剛体回転は、本要素においては面内並進変位が要素内で線形であるため、macro 回転として次式で表される。

$$\Delta r_z = 1/2 (\partial \Delta v / \partial x - \partial \Delta u / \partial y) \quad (5)$$

ここでは、micro回転とmacro回転との差としてのひずみを、変形後の要素座標系で評価するという意味で、次式で示すように増分節点回転変位と剛体回転とを個々に変形後の座標系に変換する。

$$\Delta \theta_{zi}^* = \lambda_{zi}^* \Delta \theta_{zi}, \quad \Delta r_z^* = \lambda_{zi}^* \Delta r_z \quad (6)$$

よって、変形後の座標系におけるひずみは、次式となる。

$$\tilde{\Delta \phi}^* = 2 \{ \Delta \phi_k^* (x^*, y^*, \Delta \theta_{zi}^*) - \Delta r_z^* \} \quad (7)$$

これら剛体変位を除去した変位は変形前後の要素間で評価され、任意の変形状態において求まる。

(4) 剛体変位を除去して求めた真の変位より節点力を算定し、不釣り合い力を計算する。

3. 数値計算例とその考察

本研究の薄肉立体鋼板構造を対象とした弾塑性有限変位解析法の適用限界、特性などを明確にするために、以下のような数値計算を行った。

(1) 柱のエラスティカ

柱の弾性大たわみ問題としてエラスティカを解析した。図-2に示すような軸方向荷重を受ける一端固定、他端自由の部材に、初期たわみ形状を正弦波形で与えて、部材長 $L = 100 \text{ cm}$ に対し荷重点の初期横たわみ W_0 を 1 cm にとり、薄板要素を軸方向に1分割、長さ方向に8分割して解析を行った。

図-3は荷重-荷重点横たわみ曲線であり、縦軸は自由端に作用する軸方向荷重 P を、横軸にはたわみ w を示してある。また、解析結果は①印で図中に示してあり、実線は楕円積分解³⁾である。本解析法が、初期たわみを考慮していることを考えれば、大たわみ域まで楕円積分解とよい対応をしている。

(2) 一様圧縮変位を受ける正方形板

弾性有限変位問題として、図-4に示すような周辺単純支持の正方形板の一組の対辺が一様圧縮変位を受ける場合の有限変位解析をメッシュ分割 3×3 で解析した。

図-5は荷重-中央点たわみ曲線であり、縦軸は平均軸方向圧縮応力度を座屈応力で無次元化し、横軸は板中央の全たわみを板厚で無次元化してある。また、解析結果は①印で図中に示してあり、実線はCoanの級数解⁴⁾である。本解析法は、Coanの級数解とよく一致している。

4. 結論

本研究では、剛体変位の除去を鈴木らの方法で行うことにより、非常に大きな領域までの変形の追跡が可能となった。また、収束性も良好になり、計算時間も短縮された。そして、面内回転角の導入により、立体解析が可能となった。

(参考文献) 1) 松岡 理・飯島俊比古：種々の一般化された連続体力学理論の相互関連についての一考察，日本建築学会論文報告集，第215号，pp. 33-41，1974年1月。 2) 鈴木敏郎・金子洋文：有限要素法による部材構成板要素の座屈および座屈後挙動の大変形解析，日本建築学会論文報告集，第316号，pp. 9-17，1982年6月。 3) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., "Theory of Elastic Stability 2nd Edition, McGRAW-HILL, 1961. 4) Coan J.M., "Large Deflection Theory for Plates with small Initial Curvature Loaded in Edge Compression," J. of Applied Mech., Vol. 18, No. 2, June, 1951.

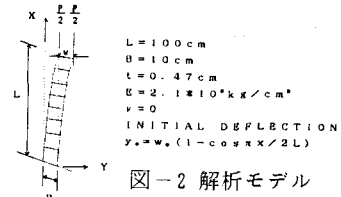


図-2 解析モデル

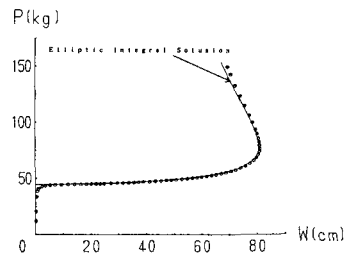


図-3 荷重-荷重点横たわみ曲線

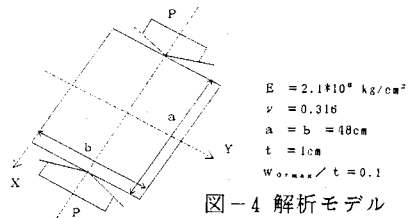


図-4 解析モデル

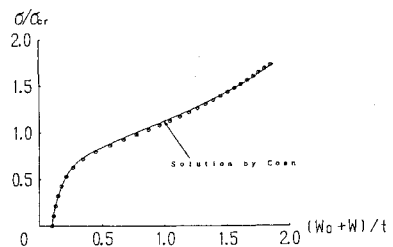


図-5 荷重-中央点たわみ曲線