大型浮体式コンクリート構造物の振動解析

名古屋大学工学部　学生会員　○森　博之
名古屋大学工学部　学生会員　　西村政洋
名古屋大学工学部　正　会員　　田辺忠顕

1．はじめに

近年、沿岸海域の開発や海洋スペースの有効利用などwater front の開発が盛んである。これは沿岸部にさまざまな構造物を建設することが基本となるが、その例として浮遊式空港、発電所等の大型浮体構造物が挙げられる。しかし、このような浮体構造物を解析するにあたって従来は構造物を剛体として取り扱い、運動は３軸方向の並進及び各軸回りの回転成分運動の重ね合わせとして表されていた。これでは対象とする構造物の大きさに限界があるので、浮遊式空港のような水平方向に大きな広がりをもつ構造物では、鉛直方向の曲げ変形をもふまえて動揺を解析することによってより高い精度の結果が得られると考えられる。

そこで本研究では曲げ変形を伴う超大型浮遊式構造物の動揺の有限要素法を用いた３次元解析を行う。

2．有限要素法による定式化

（１）浮体の振動解析

浮体は平板の曲げ理論に基づくものとし、たわみは鉛直方向のみを考え水平方向の変位はないものと仮定する。さらに浮体の振動は微小で周期的とすると運動方程式は式（１）で与えられる。

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=-\rho g w-\rho\frac{\partial \Phi}{\partial t} \tag{1}$$

ただし、$D=Ea^3/12(1-\nu^2)$、a：平板の厚さ、m：浮体の質量、ρ：水の密度を表す。

与えられた平板を４節点矩形要素に分割し平板の中性面内における各節点のたわみ、たわみ角を未知量として剛性マトリックス［k］、質量マトリックス［m］、静水圧による外力ベクトル｛q｝、たわみによる静水圧の変化に対応するマトリックス［F_1］、波浪による外力に対応するマトリックス［F_2］を求め、全体系に合成することにより次のような各節点のたわみ、たわみ角、速度ポテンシャルに関する多元連立１次方程式を得る。

$$[[K]+[M]-[F_1]]\{w\}+[F_2]\{\Phi\}=\{q\} \tag{2}$$

（２）流れ場の解析

流体の解析においてはMeiらが提案しているHybrid法を用いて定式化を行う。すなわち図1のように仮想境界Sを設けその内部領域を有限要素法により、外部領域を放射条件を満たす散乱波Φ_s'で表し両者をSで式（３）（４）により接続する。

$$\frac{\partial \Phi_s}{\partial r}=\frac{\partial \Phi_s'}{\partial r} \tag{3}$$

$$\Phi_s=\Phi_s' \tag{4}$$

流体は非粘性、非圧縮、非回転で波は微小振幅波であるものと仮定する。外部領域の散乱波の速度ポテンシャルΦ_s'は流体内で式（５）の基礎方程式を満たし、かつ式（６）の水表面Fでの自由表面の条件式（７）の水底Bにおける不透過条件を満足するような境界値問題を解くことによって求めることができる。ただし、全体座標系は図１のように定めｈは水深で一様とする。

$$\frac{\partial^2 \Phi_S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi_S}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \Phi_S}{\partial z^2}=0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi_S}{\partial z}=\frac{\omega^2}{g}\phi_S \qquad (on\ \ F) \qquad (6)$$

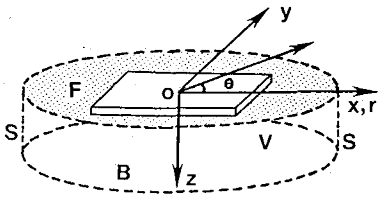
$$\frac{\partial \Phi_S}{\partial z}=0 \qquad (on\ \ B) \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi_S}{\partial z}+\frac{\partial \Phi_I}{\partial z}=\frac{\partial w}{\partial t} \qquad (on\ \ SH_1) \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \Phi_S}{\partial x}=-\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} \qquad (on\ \ SH_2) \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \Phi_S}{\partial y}=-\frac{\partial \Phi_I}{\partial y} \qquad (on\ \ SH_3) \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \Phi_S'}{\partial r}-ik\Phi_S' \longrightarrow 0 \quad (as\ \ kr\rightarrow+\infty) \qquad (11)$$



F：水表面，S：仮想境界
B：水底面，V：仮想境界内部
図１　座標軸および各記号の定義

ここで求められた速度ポテンシャルΦ_S'は、無限遠方において外へ向かう進行波の挙動を示すというsommerfeldの放射条件も満たしていて式(１２)で表される。一方、入射波Φ_Iは振動数ω、振幅A、入射角θ_Iとして式(１３)で与えた。

$$\Phi_S'=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}(a_{mn}\cos n\theta+\sin n\theta)\cosh k_m(z+h)H_m^{(1)}(k_m r) \qquad (12)$$

$$\Phi_I=-\frac{igA}{\omega}\frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h}\exp(ik_0 r\cos(\theta-\theta_I)) \qquad (13)$$

まず、式(３)～(１０)についてガラーキン法により定式化を行うと以下の積分方程式が得られる。

$$-\iiint\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\cdot\frac{\partial \delta\Phi}{\partial x}+\frac{\partial \Phi}{\partial y}\cdot\frac{\partial \delta\Phi}{\partial y}+\frac{\partial \Phi}{\partial z}\cdot\frac{\partial \delta\Phi}{\partial z}\right)dV-\frac{\omega^2}{g}\iint\Phi_S\delta\Phi_S dF+\iint\frac{\partial \Phi_S'}{\partial r}\delta\Phi_S dS$$
$$+\iint\left(\frac{\partial \Phi_I}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial t}\right)\delta\Phi_S dSH_1+\iint\frac{\partial \Phi_I}{\partial x}\delta\Phi_S dSH_2+\iint\frac{\partial \Phi_I}{\partial y}\delta\Phi_S dSH_3=0 \qquad (14)$$

$$\iint(\Phi_S-\Phi_S')\frac{\partial}{\partial r}\delta\Phi_S'=0 \qquad (15)$$

次に、(１)についてガラーキン法を適用すると、

$$\iint\left[D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2}+\frac{\partial w^4}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\rho g w+\rho\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right]\delta w\, dS=0 \qquad (16)$$

仮想境界内部の流体を８節点６面体要素に分割し、各節点の領域内部の速度ポテンシャルΦを形状関数N_iと未知パラメーターΦ_iを用いて$\Phi=N_i\Phi_i$と近似する。これと式(１２)(１３)を式(１１)(１２)に代入することにより各節点の速度ポテンシャルとたわみに関する次のような多元連立１次方程式が得られる。

$$[R]\{\Phi\}+[V]\{w\}=\{f\} \qquad (17)$$

ここで、$\{\Phi\}=[\Phi_1\Phi_2\Phi_3\cdots\cdots]^T$, $\{w\}=[w_1\theta_{x1}\theta_{y1}\ \ w_2\theta_{x2}\theta_{y2}\cdots\cdots]^T$, $\{f\}$は入射波による外力ベクトルを表す。

式(２)および(１７)から各節点の速度ポテンシャル、たわみ、たわみ角が求まり浮体の動揺量や外力を算定することができる。

実際の数値解析については、当日発表する予定である。

《参考文献》

１）D.P.Yue,H.S.Chen and C.C.Mei:A Hybrid Element Method For Diffraction Of Water Waves By Three -Dimensional Bodies,Int.J.Num.Meth.Eng,Vol pp12,245-266(1978)