V－23

ＲＣ板構造物有限面内変形に関する研究

名古屋大学　学生員○寺本武史
名古屋大学　学生員　中村　光
名古屋大学　正会員　呉　智深

１．はじめに

鉄筋コンクリート構造物の破壊パターンを、詳細に追跡しその挙動を理解することは安全性を充分に考慮した上で、経済的な設計を行うために、大変有用である。そこで、本研究では有限変形理論を用い、板の面内変形の定式化を行った。そして、初期ひずみマトリクスK_0、幾何剛性マトリクスK_gを具体的に導いてみた。終局耐荷力を明らかにするためには、コンクリートの塑性挙動を表す構成則の導入が必要であり、その部分と解析結果は、別に報告したいと思っている。

２．解析理論

本解析で用いた方法は、平面板要素に対する有限変形理論に基づく有限要素法である。解析に用いる平面要素の増分理論による仮想仕事方程式を次式に示す。

$$\iiint(\sigma_{ij}^{(0)}+\sigma_{ij})\delta(e_{ij}^{(0)}+e_{ij})dV-\iint(f_i^{(0)}+f_i)\delta(u_i^{(0)}+u_i)dS=0 \tag{1}$$

ここで、体積力は無視してあり、添え字(0)の付いているものは第ｎ段階における値であり、添え字(0)の付いていないものは第（ｎ＋１）段階における値である。

（１）式を直交座標系に書き直すと次のようになる。

$$\iiint\{(\sigma_x^{(0)}+\sigma_x)\delta(\varepsilon_x^{(0)}+\varepsilon_x)+(\sigma_y^{(0)}+\sigma_y)\delta(\varepsilon_y^{(0)}+\varepsilon_y)+(\tau_{xy}^{(0)}+\tau_{xy})\delta(\gamma_{xy}^{(0)}+\gamma_{xy})\}dV$$
$$-\iint\{(f_x^{(0)}+f_x)\delta(u_{(0)}+u)-(f_y^{(0)}+f_y)\delta(v_{(0)}+v)\}dS=0 \tag{2}$$

ここで、ひずみの項を変位によって表し変分をとると、次のようになる。

$$\delta(\varepsilon_x^{(0)}+\varepsilon_x)=\delta\frac{\partial u}{\partial x}+\delta\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial(u^{(0)}+u)}{\partial x}+\delta\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{\partial(v^{(0)}+v)}{\partial x} \tag{3}$$

$$\delta(\varepsilon_y^{(0)}+\varepsilon_y)=\delta\frac{\partial v}{\partial y}+\delta\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial(u^{(0)}+u)}{\partial y}+\delta\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial(v^{(0)}+v)}{\partial y} \tag{4}$$

$$\delta(\gamma_{xy}^{(0)}+\gamma_{xy})=\delta\frac{\partial v}{\partial x}+\delta\frac{\partial u}{\partial y}+\delta\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial(u^{(0)}+u)}{\partial y}+\delta\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial(u^{(0)}+u)}{\partial x}$$
$$+\delta\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{\partial(v^{(0)}+v)}{\partial y}+\delta\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial(v^{(0)}+v)}{\partial x} \tag{5}$$

（２）式に（３）～（５）式を代入し、さらに長方形双一次要素の変位関数を適用すると、増分形剛性方程式は次式のようになる。

$$([K]+[K_0]+[K_g])^{(n)}\{\Delta d\}^{(n+1)}=\{\Delta F\}^{(n+1)}+\{F_0\}^{(n)}-([\underset{\sim}{K}]+[\underset{\sim}{K_0}])^{(n)}\{d_0\}^{(n)} \tag{6}$$

ここで、Kは、剛性マトリクス，K_0は、初期ひずみマトリクス，K_gは、幾何学的剛性マトリクスをそれぞれ表しており、$F_0-(\underset{\sim}{K}+\underset{\sim}{K_0})d_0$ は第（n）段階における釣合方程式が完全に満足されないために生じる不平衡力である。

以下に、K, K_0, K_g, $\underset{\sim}{K_0}$, $\underset{\sim}{K_0}$ を示す。

$$[K]=\int\int\int[B]^T[D][B]dV \tag{7}$$

$$[K_0]=\int\int\int[G]^T[\xi^{(0)}][D][B]dV \tag{8}$$

$$[K_g]=\int\int\int[G]^T[\sigma^{(0)}][G]dV \tag{9}$$

$$[\underset{\sim}{K}]=[K] \tag{10}$$

$$[\underset{\sim}{K_0}]=[K_g] \tag{11}$$

ここで、 D は平面応力状態の応力－ひずみマトリックスである。

以下に、B, G, $\xi^{(0)}$, $\sigma^{(0)}$ を示す。

$$[B]=\begin{bmatrix}0&1&0&y&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&x\\0&0&1&x&0&1&0&y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[A]^{-1}&[0]\\ [0]&[A]^{-1}\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$[G]=\begin{bmatrix}0&1&0&y&0&0&0&0\\0&0&1&x&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&y\\0&0&0&0&0&0&1&x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[A]^{-1}&[0]\\ [0]&[A]^{-1}\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$[\xi^{(0)}]=\begin{bmatrix}\frac{\partial u^{(0)}}{\partial x}&0&\frac{\partial u^{(0)}}{\partial y}\\0&\frac{\partial u^{(0)}}{\partial y}&\frac{\partial u^{(0)}}{\partial y}\\\frac{\partial v^{(0)}}{\partial x}&0&\frac{\partial v^{(0)}}{\partial y}\\0&\frac{\partial v^{(0)}}{\partial y}&\frac{\partial v^{(0)}}{\partial y}\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$[\sigma^{(0)}]=\begin{bmatrix}\sigma_x^{(0)}&\tau_{xy}^{(0)}&0&0\\\tau_{xy}^{(0)}&\sigma_y^{(0)}&0&0\\0&0&\sigma_x^{(0)}&\tau_{xy}^{(0)}\\0&0&\tau_{xy}^{(0)}&\sigma_y^{(0)}\end{bmatrix} \tag{15}$$

なお、（6）式で Δd, d_0 は変位方向ごとにまとめてある。

4．解析方法

解析は（6）式に示す増分形剛性方程式を用い、NEWTON-RAPHSON法に基づく変位増分法により行う。なお各変位段階では、構造物の接戦剛性マトリクス（[K]+[K₀]+[K_g]）の固有値・固有ベクトルを求め、逐次安定性の評価を行っている。詳しい解析結果については当日発表する。

（参考文献）　川井　忠彦：座屈問題解析、培風館、１９７０