

クラックひずみ分布関数を用いたRC平面要素の定式化

○ 名古屋大学 学生員 浦野一也
 名古屋大学 正会員 岸智深
 名古屋大学 正会員 二羽淳一郎

1.はじめに

板状の要素で構成されたRC構造物の荷重による変形は、要素内の種々の力学的挙動が重なり合うことにより複雑な非線形挙動を示す。とりわけ引張により生ずるクラックとこれに付随して起る鉄筋とコンクリートとのすべりの影響は特に大きいことが知られている。¹⁾そこで、各種の研究が行われ、tension stiffeningに関する提案式が公表されている。本研究では、より簡易な tension stiffening 効果の2次元場への導入を目的として、「クラックひずみ」という概念的な非弾性ひずみを用いたクラックひずみ法に基づいて、一般化座標を用いた形状関数にすべりの影響を取り入れ、FEM解析を行い、RC平板の変形挙動に関するモデルを構築する。

2. 解析方法

図-1に示される四節点要素をFEM解析のためのRC平面要素とする。全体座標系としてx-y系をとり、クラック面に対して垂直方向と平行方向にn-t系をとる。また、x-y系から時計回りにθ回転させた方向に鉄筋に関するr-s系をとる。

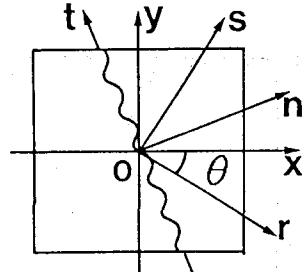


図-1 数値解析モデル

2-1 形状関数

玉腰ら²⁾の研究では、アイソパラメトリック形状関数を用いていたが、本研究では、変形にすべりが影響すると考え、一般化座標を用いた次の式を使うものとする。

$$u = \alpha_1 + \alpha_2(x + \frac{b_c \sinh\{(x - L_x)/b_c\}}{np \cosh\{L_x/b_c\}}) + \alpha_3y + \alpha_4xy \quad (1)$$

$$v = \beta_1 + \beta_2x + \beta_3(y + \frac{b_c \sinh\{(y - L_y)/b_c\}}{np \cosh\{L_y/b_c\}}) + \beta_4xy \quad (2)$$

2-2 コンクリートひずみおよびクラックひずみ

x-y座標系における全ひずみ $\{\epsilon\}$ 、コンクリートひずみ $\{\epsilon_c\}$ 、クラックひずみ $\{\epsilon_{cr}\}$ の関係を次式のように仮定する。

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_c\} + \{\epsilon_{cr}\} \quad (3)$$

それぞれのひずみを一般的な有限要素法の記述を用いて示せば次式のようになる。ただし、クラックひずみは、鉄筋とコンクリートとの付着・すべりから(5)式のように仮定する。また、式は $0 \leq x \leq L$ のみを記述する。

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\} \quad (4)$$

$$\{\epsilon_{cr}\} = [B(n=0)] \frac{\cosh(a(n-L_n)/b_{cr,n})}{\cosh(aL_n/b_{cr,n})} \{\delta\}$$

$$= [B_{cr}]\{\delta\}$$

ただし、 $b_{cr} = \sqrt{\frac{A_s E_s}{\phi_s(1+np)k_1}}$

$$\{\epsilon_c\} = [[B] - [B_{cr}]]\{\delta\}$$

$$= [B_c]\{\delta\} \quad (5)$$

2-3 付着すべりおよび鉄筋ひずみ

鉄筋に関する $r-s$ 座標系における、 r 軸方向の鉄筋とコンクリートとの間に生じるすべり量 g は、式(7)で定義する。

$$g = \int_0^r \varepsilon_{s,rs} dr - \int_0^r \varepsilon_{c,rs} dr \quad \text{ただし、 } \varepsilon_{c,rs} = [T]\{\varepsilon_c\} \quad (7)$$

[T] ; ひずみの座標変換マトリックス

また、すべり量は、一般に知られている付着の基礎式及び境界条件より

$$\begin{aligned} g &= \frac{b_c \tanh(aL_n/b_{c,n}) \sinh[(r-L_r)/b_{c,r}] [B(n=0)]}{\operatorname{asinh}(L_r/b_{c,r})} \{\delta\} \\ &= [B_{bs,rs}]\{\delta\} \end{aligned} \quad (8)$$

(7), (8)式より、鉄筋ひずみは(9)式のように表される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= [T][B_c]\{\delta\} + \frac{b_c \tanh(aL_n/b_{c,n}) \sinh[(r-L_r)/b_{c,r}] [B(n=0)]}{\operatorname{asinh}(L_r/b_{c,r})} \{\delta\} \\ &= [B_{s,rs}]\{\delta\} \end{aligned} \quad (9)$$

2-4 剛性方程式

さきに定義した $[B_c]$ 、 $[B_s]$ 、 $[B_{bs}]$ を用いれば、ポテンシャルエネルギー最小の原理より節点力 $\{P\}$ 及び剛性マトリックス $[K]$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \{P\} &= \left[\int_{vc} [B_c]^T [D_c] [B_c] dV + \int_{vs} E_s [B_{s,rs}]^T [B_{s,rs}] dV + \int_{bs} k_1 [B_{bs,rs}]^T [B_{bs,rs}] db_s \right] \{\delta\} \\ &= [K]\{\delta\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{ただし、 } [D_c] = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

vc , vs ; コンクリートと鉄筋の体積

bs ; 鉄筋の表面積

3. おわりに

形状関数の妥当性を確認し、釣合条件および適合条件を満たすRC平面要素の定式化をした。今後、クラックの入る方向について、主応力の方向を求ることにより決定し、より詳細に方向クラックを含んだRC平板の非線形挙動および破壊現象の解析を行いたいと考えている。解析の結果については、当日発表する。

4. 参考文献

- 1) 加藤千貴・吳 智深・田辺忠顯：クラックひずみ分布関数を用いたRC単軸要素の引張剛性に関するFEM解析の定式化、日本コンクリート工学協会、コンクリート工学年次論文報告集、vol. 11, No. 2, 1989
- 2) 玉腰直樹・吳 智深・二羽淳一郎：クラックひずみ分布関数を用いた平面応力場における引張剛性の定式化、土木学会中部支部論文報告集、V-14 pp. 428-429, 1990.