径路情報の不確実性尺度を考慮した確率的利用者均衡モデルについて

岐阜大学工学部　正会員　宮城　俊彦
岐阜大学工学部　学生会員　○早川　清史

1.　はじめに

利用者の径路情報に対する不確実性を考慮した均衡モデルとしては、Fiskの提案した確率的利用者均衡モデルがよく知られている[1)]。Fiskモデルにおける不確実性パラメータαは1個だけであり、αが大きくなれば径路情報に対する不確実性が減少し、FiskモデルはWardrop均衡を近似するようになり、αが小さくなれば径路情報に対する不確実性が大きくなり、各径路に配分されるOD量は等分化していく。

一方、宮城[2)]はベイズ更新過程を用いて径路に対する不確実性が存在する場合の径路選択行動をモデル化している。この場合には、径路の不確実性は道路特性自身によってもたらされる所要時間の不確実性と、ドライバー自らに固有の情報による所要時間の不確実性が径路選択における不確実性を構成するとしている。

本研究では、Fiskモデルにおける不確実性パラメータをベイズ論的に解釈し、道路特性とドライバー固有の不確実性で構成されるとしたときの確率的利用者均衡の計算法について検討したものであり、各々の不確実性パラメータを変化させることによって、フローパターン、あるいは計算効率がどの様に変化するかを考察したものである。

2．Ｆｉｓｋの確率的利用者均衡モデル

Fiskによって提案された確率的利用者均衡モデルは次式で定式化される[2)]。

$$\min.\quad F(\mathcal{X})=\frac{1}{\alpha}\sum_{k\in Z}\sum_{r\in E_k}X^k\ln X^k+\sum_{a\in L}\int_0^{fa}Ca(f)\,df$$

$$\text{s.t}\quad \sum_{r\in E_k}X_r^k=X^k\qquad ,\ X_r^k\geqq 0$$

その結果、得られる径路交通量の推定式は次式で表される。

$$X_r^k=X^k\frac{\exp(-\alpha C_r^k(\hat{\mathcal{X}}))}{\sum_{r\in E_k}\exp(-\alpha C_r^k(\hat{\mathcal{X}}))}\qquad \forall k\in Z$$

X^k：ODペアk∈Zの交通需要量(分布交通量)
fa　：a番目リンク(a∈L)を利用する交通量
Ca(·)：リンクaのパフォーマンス関数（利用リンク費用）
$\hat{\mathcal{X}}$：均衡交通パターン$\hat{\mathcal{X}}=\{\hat{X}_r^k\}$
C_r^k：ODペアkのr番目径路の費用
X_r^k：ODペアkのr番目径路(r∈E_k)を利用する交通量(径路交通量)
α：径路選択の不確実性に関するパラメータ

Fiskモデルを解く手法として、逐次平均化法が提案されている。この方法では、次式によって解を逐次更新していく方法であり、

$$\mathbf{f}^{n+1}=\mathbf{f}^n+1/n\,(\bar{\mathbf{f}}^n-\mathbf{f}^n)$$

n回目反復時点での、リンクフローパターン$\bar{\mathbf{f}}^n$はDial法で与えられる。

3．　ベイズ更新過程に基づく確率的利用者均衡問題（ＳＵＥ）の計算法

（1）　ベイズ更新過程

径路の所要時間は次のような観測誤差を含む観測方程式で記述できるものとする。

$$Y_t=\mu_t+\varepsilon_t$$

μ_t：時間tでの客観的（実際の）走行時間
ε_t：観測誤差

次に、運転者側からみた所要時間の推測を表す経験方程式を導入する。

$$\mu_t=\mu_{t-1}+\omega_t$$

ω_t：経験誤差

このときω_tとε_tが平均値0、分散w_tとv_tとするときの所要時間μ_tに対する事後分布はN［c_t, V_t］の正規分布で与えられ、各々次のように定義できる。

$$c_t = V_t\ (c_{t-1}/r_t + Y_t/v_t)$$
$$= c_{t-1} + A_t\ (Y_t - c_{t-1})$$
$$V_t = 1/\ (1/r_t + 1/v_t)$$
$$= r_t v_t / q_t = A_t v_t$$
$$A_t = r_t / q_t = r_t / \ (r_t + q_t)$$

（2） ベイズ更新過程による計算法

ベイズ理論によれば、所要時間の更新は、前の所要時間Y_{t-1}と新たな走行経路によって得られる所要時間Y_tをA_tによって線形結合することにより、ドライバーの各所要時間が与えられる。従って、フローの更新手法も所要時間の更新手法と同様に行われると仮定すると、逐次平均化法の解の更新は次式で与えられることになる。
$$f_a^{n+1} = f_a^n + A_n\ (\bar{f}_a^n - f_a^n)$$

従って、この方法に基づく確率的利用者均衡の求め方は次のようになる。

STEP 0　初期リンク所要時間｛t_{a0}｝に基づき、Dial法でリンクフロー｛$f_a^{(1)}$｝を生成する。n=1とおく。

STEP 1　$t_a^n = t\ (f_a^n)$としてリンク所要時間を更新する。

STEP 2　｛t_a^n｝に基づきDial法で補助リンクフロー｛f_a^n｝を生成する。

STEP 3　新しいリンク・フロー・パターンを次式で求める。
$$f_a^{n+1} = f_a^n + A_n\ (\bar{f}_a^n - f_a^n)$$
ここに、
$$A_n = A\ \frac{(1-\delta^{2n-2})\ A + (\delta + \delta^{2n-2})\ A_1}{(1+\delta^{2n-1})\ A + (\delta - \delta^{2n-1})\ A_1}$$
$$A_1 = (V_0 + w)\ /\ (V_0 + w + v)$$
$$\delta = 1 - A$$
V_0, w, v：データに基づいて与えられる分散

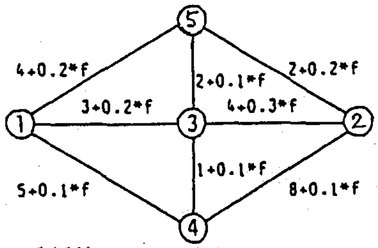
A ：Anの極値
$$A = r\ \{SQR\,(1 + 4/r) - 1\}/2$$
$$r = w/v$$

STEP 4　前もって与えられている収束基準を満足するならば終了。そうでないならばSTEP 1に戻る。

なお、不確実性パラメータαとv、wの関係は
$$\alpha = \frac{4}{\sigma\sqrt{(2\pi)}} \qquad \sigma^2 = v^2 + w^2$$
と与えられるので[3]、これらのパラメータどうしの関係も見る。

4．計算例

（1） 対象ネットワーク



（2） 分析結果

$A_1 > A$となる結果を得たが、A_1とAとの差が大きいときの方が、収束効率が高い。しかしながら、ある程度の差以上になると、かえって反復回数が増加し収束効率が低くなる。それは、不確実性パラメータαが大きい場合、つまり等時間配分に近い場合ほどその現象がよくみられ、パラメータのわずかな変化が敏感に反復回数に影響してくる。

wが大きく、w／v＝rが大きいと、αが小さくても発散する。個人の固有情報の分散が、道路特性の不確実性よりもある一定以上大きいと、フローパターンは安定しないということである。

wが小さく、αが大きくなれば等時間フローに近づく。そして、αが大きくなればなるほど、vが小さくなるほど収束が遅くなる。逆にαが小さいとき、vが大きいとき収束が速くなる。ここでは紙面の都合上、計算結果については掲載することができなかった。発表時に詳細を報告する。

【 参考文献 】

1) Fisk,C. (1980) Some developments in equilibrium traffic assignment.Trans.Res. 14B,pp.243-255

2) 宮城俊彦（1990）ベイズ学習過程と確率的利用者均衡モデル,土木計画学研究・論文集 No.8 1990年11月,pp.73-80

3) HCWL Williams (1977) On the formulation of travel demand models and economic measures of user benefit