分散型空間価格均衡モデルの計算手法

岐阜大学工学部　正会員　宮城 俊彦
岐阜大学工学部　学生会員　○鈴木 義康

1．はじめに

近年、経済社会の変動を背景として物流に対するニーズが高まっており、交通計画における物流の予測はますます重要性を増している。

空間価格均衡アプローチによる地域間の物流予測では、需要量，供給量そして価格についてはかなり良好な予測値を与えるものの、地域間交易量の予測には必ずしも成功しているとはいえない。この理由は、産出物の差別価格化、不完全な市場情報、製品の非価格的要素の影響などを十分に構造化していないことに起因していると思われる。

そこで、こうした現実的な問題に対処するために、最近になって分散型空間価格均衡モデルに関する研究が行われるようになってきているが、いま一つモデルの行動理論的な裏づけが薄いように思われる。従って、本研究では、ランダム効用理論という一つの行動理論に基づく地域間交易モデルを前提として、企業の生産量決定行動を記述するとともに、市場における価格調整を通して均衡に至るプロセスをアルゴリズム化することを目的としている。

2．方法

《主な仮定》

①1財のみの取引が行われている市場を想定する。

②市場を形成している地域をいくつかに分割し、ある1つの地域で同種の産出物を生産する生産者の集まりをセクターと呼ぶことにする。

③超過供給市場を仮定し、そのため、生産者はprice takerとしての立場をとり輸送費用を内部化する傾向あるものとする。

④収益は、セクターを構成する各生産者の経営方式、輸送費用の内部化の度合あるいは商品の差別価格化などによって差が生じるため、次のような確率的な単位生産量当りの収益を定義する。

$$\tilde{s}_{ij}=p_j-c_{ij}+r_j+\tilde{\varepsilon}_{ij} \qquad (1)$$

$\tilde{\varepsilon}_{ij}$:ランダム項, p_j:市場価格, c_{ij}:輸送費, r_j:産出物の非価格的要素がもたらす正また負の貨幣的収益

(1) 期待収益関数

次に、各々の$\tilde{\varepsilon}_{ij}$が以下に示すようなガンベル分布に従い、互いに独立であると仮定する。

$$G(\varepsilon)=\exp\{-\exp[-\theta(\varepsilon-\beta)]\} \qquad (2)$$

このとき、セクターiの単位生産量当り収益の最大値の期待値（期待収益関数）$\pi_i(s)$は次の様に与えられる。

$$\pi_i(s)=\frac{1}{\theta}\ln\Sigma_j B_j\exp(\theta s_{ij}) \qquad (3)$$

但し、$B_j=\exp(\theta r_j)$、$s_{ij}=p_j-c_{ij}$ 。

ここで、$B_j=\exp(\theta r_j)$と置く理由は、r_jを直接的に測定することは無理があり、後でみるように地域間交易モデルによって間接的にパラメータB_jとして推定できるようにすることを意図している。

ところで、単位生産量当たりの期待収益関数$\pi_i(s)$は次のような興味ある性質をもつことが知られている。

性質1）微分特性(Williams,1977)[1]：セクターiから地域jの市場に物資を輸送する確率をρ_{ij}とおくと、ρ_{ij}と$\pi_i(s)$の間には次の関係が成立する。

$$\rho_{ij}=\frac{\partial\pi_i(s)}{\partial s_{ij}}$$

生産量X_iに伴うセクターiの期待収益関数および生産者全体の総期待収益は次のように書き表される。

$$\Pi_i(s)=\frac{1}{\theta}X_i\ln\Sigma_j B_j\exp(\theta s_{ij}) \qquad (4)$$

$$\Pi(s)=\Sigma_i\Pi_i(s)$$

そして、地域iから地域jの交易量をx_{ij}とおくと、性質（1）と(4a)より、次式が成立する。

$$x_{ij}=\frac{X_iB_j\exp(\theta s_{ij})}{\Sigma_jB_j\exp(\theta s_{ij})} \qquad (5)$$

このように、ランダム収益を仮定して得られる地域間交易モデルはロジットモデルとなる。

(2) 等価な最適化問題

地域の集計的な限界コスト関数をV_iとし、地域iの生産者の総費用を次のような連続関数で表現する（Roy, 1990）[2]。

$$v_i=\int_0^{X_i}V_i(\omega)\,d\omega \qquad (6)$$

そして、この集計的限界コスト関数$V_i(X_i)$が得られるものとし、また、地域間交易モデルが(5)に示されるようなロジットモデルで与えられるものと仮定すると、Samuelson あるいは Takayama and Judge[3] らによって用いられた空間価格均衡モデルの拡張形は次のような最適化問題として定式化できる。

[P]

$$\max . F(X,x)= -\frac{1}{\theta}\sum_i X_i \ln X_i$$
$$-\frac{1}{\theta}\sum_i (\bar{X}_i - X_i) \ln (\bar{X}_i - X_i)$$
$$-\frac{1}{\theta}\sum_i\sum_j x_{ij} \left(\ln \frac{x_{ij}}{B_j} - 1\right)$$
$$+\sum_i\sum_j (p_j - c_{ij}) x_{ij} - \sum_i \int_0^{X_i} V_i(\eta)\, d\eta \quad (7a)$$
$$\text{s.t.}\quad \sum_j x_{ij} = X_i \ ,\ x_{ij} \geqq 0 \quad (7b)$$

Kuhn-Tuker条件式より、次の最適解を得る。

$$X_i = \frac{\bar{X}_i}{1+A_i \exp[\theta V_i(X_i)]} \quad (8a)$$
$$A_i = \frac{X_i}{\sum_j B_j \exp[\theta(p_j - c_{ij})]} \quad (8b)$$
$$x_{ij} = \frac{X_i B_j \exp[\theta(p_j - c_{ij})]}{\sum_j B_j \exp[\theta(p_j - c_{ij})]} \quad (8c)$$

(8)式にみるように、分散型空間価格均衡モデル [P] によって与えられる地域間交易量モデルは、（1）節で定義した期待収益関数から導出されるモデルの構造を保持している。生産量を決定するためには、(8a), (8b)を連立させて交互反復によって解く必要がある。

（3）価格調節過程

（2）節までは、与えられた価格の下で生産者が生産量を決定する行動を記述してきたが、需要関数 D_j が与えられているとき、上述のモデルにワルラス均衡が存在することが証明できる。

超過供給関数を次のように定義すると、

$$z_j(p) = D'_j(p) - D_j(p_j),\ j \in K \quad (9)$$

D'_j：生産地から消費地 j への総供給量

任意の価格ベクトルPのもとでワルラス均衡が成立することは、次の変分不等式が成り立つことと等価である。

$$\sum_j (p_j - p^*_j)[D_j(p^*_j) - D_j'(p^*)] \geqq 0 \quad (10)$$

すなわち、

$$\sum_j p^*_j z_j(p^*_j) = 0 \quad (11)$$

（4）計算手法

以下に、(10)式の変分不等式問題を解くアルゴリズムを提案する。

- パラメータB_jおよびθ_jの推定を行う。
- 集計的限界コスト関数$V_i(X_i)$, 需要関数$D_j(P_j)$, 輸送費c_{ij}, 生産容量$\bar{X}_i$を設定する。また、逆需要関数$D^{-1}(Y_j)$を求める。

Step 1) 初期実行解P_j^0 を外生的に与える。(n＝0)

Step 2) 初期実行解X_i^0 を外生的に与える。(m＝0)

Step 3) 生産量計画問題 [P2] を反復計算し、X_i^m, x_{ij}^m, $Y_j^m = \sum_j x_{ij}^m$ を求める。

Step 4) $m = n$として、X_i^n, x_{ij}^n, Y_j^n とする。

Step 5) 逆需要関数$D^{-1}(Y_j)$ に需要量Y_j^nを代入することにより、価格P_j^{n+1}を求める。

Step 6) $X_i^{m=0} = X_i^n$を実行解とする。m＝0とする。

Step 7) 生産量計画問題 [P2] を反復計算し、X_i^m, x_{ij}^m, Y_j^m を求める。

Step 8) $m = n+1$として、X_i^{n+1}, x_{ij}^{n+1}, Y_j^{n+1} とする。

Step 9) $|\sum_j P_j^{n+1}(Y_j^{n+1} - D_j(P_j^{n+1}))| \leqq \mu$ ならば計算を終了する（μは正の小さな値）。

Step 10) そうでなければ、$n = n+1$として Step 5 に戻る。

参考文献

1) Williams,HCWL(1977)：On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit, Environment and Planning A,9,pp.285-344.

2) Roy,J.R. (1990)：A Dispersed Equilibrium Commodity Flow Model,The Annual Regeonal Science, No.24,pp13-28.

3) Takayama,T. and Judge,G.G. (1971)：Spatial and Temporal Price and Allocation Models,North-Holland,Amsterdam.