Ⅳ－15

高速道路の動的流入制御の最適性に関するファジィ論的考察

信州大学工学部　正会員　　奥谷　巌
信州大学工学部　　　　　○中村　浩司

1．はじめに：　周知のごとく、我国の都市内高速道路においては交通需要の絶対量が過大な為、慢性的渋滞が発生しているが、その可及的緩和を図る一政策として流入制御がある。しかしながら、この最適制御系列は（理論的には）制御対象時間（例えば12時間）全体に渡る交通需要動向を基本入力として決定される。つまり、制御をまさにスタートしようとす制御開始時点に対する最適制御政策にも例えば制御終了時点における交通需要パターンが制御に関与することになるのである。したがって、例えば午前 7時の最適流入御パターンを求める際に10時間先、12時間先といった長時間先の交通需要が明確に与えられていなければならない。しかし、現実の世界においてこうしたことを期待することには無理があるわけである。実際問題としては制御対象時間における刻々の交通需要を適当な方法で予測しその予測値をもって最適制御決定に必要となる交通パターンを代替構成するという方法論を採用している。しかしながら、この結果として我々はその交通需要の予測精度にからむ最適制御パターンの信頼性という問題に直面することになる。本稿においては、現在各分野で応用が盛んなファジィ理論の適用によりこの問題に対して基礎的なアプローチを試みる。

2．流入制御の定式化：　図1のように高速道路のモデルを想定し、次のように記号を定義する。

$\tilde{x}_j^1(k)$;ランプjにおける交通需要量、　$\tilde{x}_j^2(k)$;リンクjにおける交通密度
ρ_{jr};ランプ飽和密度、　$\tilde{l}_j$;ランプjの長さ、　D_j;ランプjの交通容量
$x_j^1(k)$;リンクjにおける交通量、　$x_j^2(k)$;リンクjにおける交通密度
ρ_j; リンク飽和密度、　l_j;リンクjの長さ、
Δt;単位時間の長さ、　$y_j(k)$;ランプjからリンクjへの流入交通量

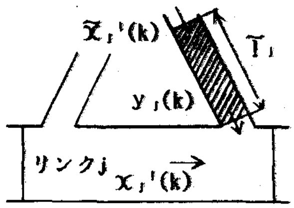

図1 高速道路モデル

まず、流入ランプにおける連続の方程式は次式のようになる。

$$\tilde{x}_j^2(k)=\tilde{x}_j^2(k-1)+(\Delta t/\tilde{l}_j)\{\tilde{x}_j^1(k-1)-y_j(k-1)\} \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

ここで、ランプ密度$\tilde{x}_j^2(k)$及び流入交通量$y_j(k)$については、次のような制約条件が加わる。

$$0\leqq\tilde{x}_j^2(k)\leqq\rho_{jr} \quad \cdots\cdots\cdots(2) \qquad 0\leqq y_j(k)\leqq D_j \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

流入交通量 $y_j(t)$に関する次式のような制約条件を導出できることは明かである。

$$(\tilde{l}_j/\Delta t)\{\tilde{x}_j^2(k)-\rho_{jr}\}+\tilde{x}_j^1(k)\leqq y_j(k)\leqq(\tilde{l}_j/\Delta t)\tilde{x}_j^2(k)+\tilde{x}_j^1(k) \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

また、リンク jにおける連続の方程式は次のようになる。

$$\tilde{x}_j^2(k)=x_j^2(k-1)+(\Delta t/l_j)[\{1-s_{j-1}(k-1)\}x_{j-1}^1(k-1)+y_j(k-1)-x_j^1(k-1)] \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

ここに$s_j(k)$はリンクjの交通量のうちランプjに流出する交通量の割合を示している。
今、区間jの平均速度$u_j(k)$とすれば、　$x_j^1(k)=x_j^2(k)u_j(k)$　となるが、速度$u_j(k)$がGreenshieldsの式によって与えられるものとすれば、結局

$$\begin{aligned}x_j^2(k)=&(\Delta t/l_j)y_j(k-1)+(u_f\Delta t/l_j)\{1-s_{j-1}(k-1)\}x_{j-1}^2(k-1)-(\Delta t/l_j)x_j^2(k-1)\\&+(u_f\Delta t/l_j\rho_j)[x_j^2(k-1)]^2-[u_f\Delta t\{1-s_{j-1}(k-1)\}/l_j\rho_j][x_j^2(k-1)]^2 \quad \cdots\cdots\cdots(6)\end{aligned}$$

が成立しなければならない。ここで、リンク密度 $x_j^2(k)$については、$0\leqq x_j^2(k)\leqq\rho_j$ ………(7) のような制約条件が加われば流入交通量$y_j(t)$に関する次式のような制約条件を導出できることは明かである。

$$\begin{aligned}&-\{1-s_{j-1}(k)\}u_f x_{j-1}^2(k)+(u_f-l_j/\Delta t)x_j^2(k)+\{1-s_{j-1}(k)\}(u_f/\rho_j)[x_{j-1}^2(k)]^2\\&\quad-(u_f/\rho_j)[x_j^2(k)]^2\leqq \quad y_j(k) \quad \leqq l_j/\Delta t-\{1-s_{j-1}(k)\}u_f x_{j-1}^2(k)+u_f x_j^2(k)\\&\qquad+\{1-s_{j-1}(k)\}(u_f/\rho_j)[x_{j-1}^2(k)]^2-(u_f/\rho_j)[x_j^2(k)]^2 \quad \cdots\cdots\cdots(8)\end{aligned}$$

以上のような状態方程式及び各種不等式を制約条件式として流入制御の最適な$y_j(k)$の系列を決定することが制御の目標となるが、具体的な目標関数として広汎に採用されている総所要時間を採るものとすると

$$J=\sum_{k=1}^{K-1}\sum_{j=1}^{N}\{\tilde{x}_j^{2}(k)\tilde{T}_j+x_j^{2}(k)\,l_j\}\Delta t \longrightarrow \min \cdots\cdots\cdots(9)$$

となり、この目標関数を最小にするｙj(k)を求めればよいことが分かる。

３．最適性への曖昧さ：　上で述べた最適流入制御を求める定式化は全ての変数並びにパラメータをクリスプな量として取り扱っているが、現実的にはそれらの量の殆どはかなりの程度、曖昧さを内包していると考えられる。したがって、本節においてはそうしたそうした各種変量の曖昧さを陽的に包含する形で前節の各関係式の再定式化を図った場合にどのようになるかについて考えて見ることにする。一般に、ファジィ数Xをいわゆる L-Rファジィ数として表現することとし、それをここでは便宜上$N(\underline{X},\overline{X},\underline{\underline{X}})$のように表す。ここに$\underline{X}$は左スプレッド、$\overline{X}$は中心、そして$\underline{\underline{X}}$は右スプレッドを表している。まず、(1)式においては

$$N(\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k-1),\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1),\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k-1))-N(\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k),\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k),\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k))$$
$$+(\Delta t/l_j)\{N(\underline{\tilde{x}}_j^{1}(k-1),\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1),\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{1}(k-1))-N(\underline{y}_j(k-1),\bar{y}_j(k-1),\underline{\underline{y}}_j(k-1)\}$$
$$=N(\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\underline{\underline{y}}_j(k-1)\},\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)$$
$$+(\Delta t/l_j)\{\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\bar{y}_j(k-1)\},\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k-1)-\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k-1)-\underline{y}_j(k-1)\})\gtrsim 0 \cdots(10)$$

及び、

$$-N(\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\underline{\underline{y}}_j(k-1),\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)$$
$$+(\Delta t/l_j)\{\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\bar{y}_j(k-1)\},\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k-1)-\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{1}(k-1)-\underline{y}_j(k-1)\})\gtrsim 0 \cdots\cdots(11)$$

のように書き換えられるが、今ｈを不等式の左辺が正となる度合いをｈ（図２参照）としたとき（10),(11)式は結局、次のような通常の不等式として書き換えられる。

$$-[\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\underline{\underline{y}}_j(k-1)\}]\leqq(1-h)\,[[\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)$$
$$+(\Delta t/l_j)\{\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\bar{y}_j(k-1)\}]-[\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\underline{\underline{y}}_j(k-1)\}]] \cdots\cdots(12)$$
$$-[\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k-1)-\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k)-(\Delta t/l_j)\{\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{1}(k-1)-\underline{y}_j(k-1)\}]\leqq(1-h)(-1)\,[[\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)$$
$$+(\Delta t/l_j)\{\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\bar{y}_j(k-1)\}]-[\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k-1)-\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{1}(k-1)-\underline{y}_j(k-1)\}]] \cdots\cdots(13)$$

ここで、中心$\overline{X}$については次のような制約条件が加わる。

$$\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\bar{y}_j(k-1)\}\geqq 0 \cdots\cdots\cdots(14)$$
$$-[\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k-1)-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)+(\Delta t/l_j)\{\bar{\tilde{x}}_j^{1}(k-1)-\bar{y}_j(k-1)\}]\geqq 0 \cdots\cdots\cdots(15)$$

次の (2)式については、

$$N(\underline{\rho}_{jr}-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k),\bar{\rho}_{jr}-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k),\underline{\underline{\rho}}_{jr}-\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k))\gtrsim 0 \cdots\cdots\cdots(16)$$
$$N(\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k),\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k),\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k))\gtrsim 0 \cdots\cdots\cdots(17)$$

(16),(17)式についても不等式の左辺が正となる度合いから得られる条件と、拡張原理の適用により左辺の値を単一のファジィ数として表現できたときの中心の値が非負になるという条件から上に示した（12),(13)式、及び(14),(15)式に対応して以下のような条件式を導くことが出来る。

$$\bar{\rho}_{jr}-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)\geqq 0 \cdots\cdots\cdots(18) \qquad \bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)\geqq 0 \cdots\cdots\cdots(19)$$
$$-[\underline{\rho}_{jr}-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k)]\leqq(1-h)\,[[\bar{\rho}_{jr}-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)]-[\underline{\rho}_{jr}-\underline{\underline{\tilde{x}}}_j^{2}(k)] \cdots\cdots\cdots(20)$$
$$-\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)\leqq(1-h)[\bar{\tilde{x}}_j^{2}(k)-\underline{\tilde{x}}_j^{2}(k)] \cdots\cdots\cdots(21)$$

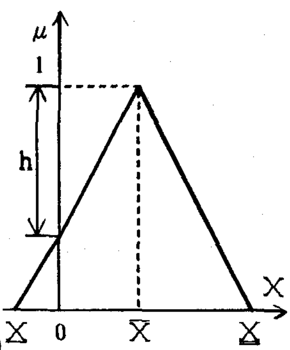

図2 メンバーシップ関数

その他の(3),(4),(6),(7),(8)式、及び(9)式を不等式として変換した式についても同様な方法によりファジィ数を用いた制約式として書き換える。この様にして出来上がった新たな制約条件式の下でｈなる値を最大化にするという数理計画問題を解くことにより最適制御量であるｙ$_j$(k)のファジィ数的表現が論理的に可能にり、したがって、そのスプレッド値等から最適制御の曖昧さの程度が推し量られることになる。しかしながら、実際問題としてはこの様な数理計画問題を解く簡単な方法は存在しないことから、何らかの便宜的な方法によりｙ$_j$(k)の大まかな曖昧さを評価することを考える必要がある。