

両翼防波堤による波の回折の厳密解とその特性

名古屋工業大学 正員 喜岡 渉

名古屋工業大学 学生員 小川 卓

1. はじめに

二本の防波堤が一直線上に配置されている両翼防波堤については、Mathieu関数を用いた厳密解がすでに高山¹⁾によって求められており、半無限防波堤に対するPennyとPriceの解を重ね合わせた近似解との比較検討も行っている。さらに高山¹⁾は任意配置の開口防波堤に対しても半無限防波堤による回折波の式を用いた近似解を導き、近似解の精度と妥当性について検討を加えているが、この場合の厳密解は求められていないことから近似解の適用性については十分に検証されているとは言い難い。本研究では、一直線上の両翼防波堤のみならず任意の角度で配置された二つの防波堤による回折問題にも適用可能な(数値的)厳密解を求めて波の回折計算を行い、任意の防波堤配置に対する近似解の適用性について理論的な検討を加えるものである。

2. グリーン関数を用いた理論解

座標系を図-1のようにとり、水深は一定で h とすると速度ポテンシャルは $\Phi = F(r, \theta) A i e^{i\omega t} \cosh k(h+z)$ と置くことができ、 F は次のヘルムホルツ式(1)を満足するとともに、防波堤表面で $\partial F / \partial \theta = 0$ を満たし、 $r=0$ で有限値を取り、かつ無限遠方でのradiation条件を満足するものでなければならない。

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + k^2 F = 0 \quad \dots\dots(1)$$

上述の境界値問題の解は、 $0 \leq \theta \leq \beta$ の領域IIをすべて固体と見なした時のいわゆるくさび問題の理論解を F_w とすると、二本の防波堤を結んだ線上にソース点 Q を配置させることによって次のように表示することができる。

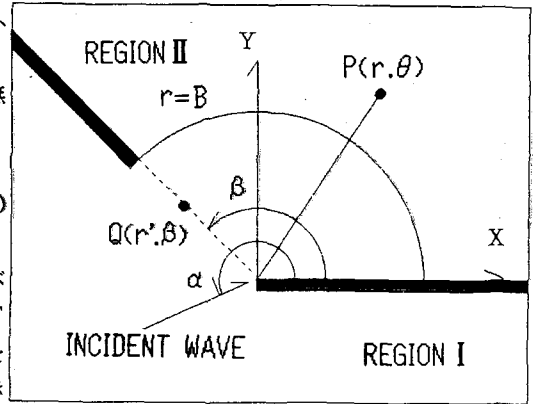


図-1 座標系と記号の定義

$$\text{領域 I : } F = F_w + \int_0^\beta f(\theta) G_I(P, Q) dQ \quad \dots\dots(2)$$

$$\text{領域 II : } F = \int_0^\beta f(\theta) G_{II}(P, Q) dQ \quad \dots\dots(3)$$

ここに G_I 、 G_{II} は計算点 P がそれぞれの領域に於けるグリーン関数で次式で与えられる。

$$G_I(P, Q) = \frac{2\pi i}{2\pi - \beta} \left\{ J_0(\rho_1) H_0(\rho_2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_\mu(\rho_1) H_\mu(\rho_2) \cos \mu(2\pi - \beta) \cos \mu(2\pi - \theta) \right\} \quad \dots\dots(4)$$

$$G_{II}(P, Q) = \frac{2\pi i}{\beta} \left\{ J_0(\rho_1) H_0(\rho_2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_\nu(\rho_1) H_\nu(\rho_2) \cos \nu \beta \cos \nu \theta \right\} \quad \dots\dots(5)$$

ただし $\mu = m\pi / (2\pi - \beta)$ 、 $\nu = m\pi / \beta$ で、 $r \leq r'$ のとき $\rho_1 = kr$ 、 $\rho_2 = kr'$ 、 $r' < r$ のとき $\rho_1 = kr'$ 、 $\rho_2 = kr$ である。 F_w はLick²⁾によって次式で与えられている。

$$F_w = \frac{2\pi}{2\pi - \beta} \left\{ J_0(\rho) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{i\nu\pi/2} J_\mu(\rho) \cos \mu(2\pi - \beta) \cos \mu(2\pi - \theta) \cos \mu(2\pi - \alpha) \right\} \quad \dots\dots(6)$$

ただし $\rho = kr$ とする。

強度関数 $f(Q)$ は防波堤開口部における連続条件により、次の第一種フレドホルム方程式の解として与えられる。

$$\int_0^\beta f(\theta) \{ G_I(P, Q) + G_{II}(P, Q) \} dQ = -F_w(P) \quad \dots\dots(7)$$

なお、上式はすでにMemos³⁾によっても誘導されているが、式中の $f(Q)$ として入射波の流速値を用いた近似解の検討にとどまっている。

3. 計算結果とその検討

図-2に一直線に配置した両翼防波堤についての回折係数 K_d の近似解と厳密解を示す。近似解は高山¹⁾による重ね合わせの式による。厳密解の計算に当っては、図-1の点線部を40分割してソース点 Q を配置し、式(4)・(5)および(6)中の m は打ち切り誤差が0.05%以内となるように決めた(ここでは $m=21$)。図より、入射角 $\alpha=3/2\pi$ のa)では防波堤のごく近傍を除いて近似解と厳密解はほぼ一致しているが、 $\alpha=23/12\pi$ のb)では両者はいくぶん異なり特に波の入射方向に違い防波堤の遮蔽域でその差異は著しくなっていることがわかる。

なお、同様な解析を防波堤の配置と波の入射方向を変えて行ったが、その結果については講演時に発表する予定である。

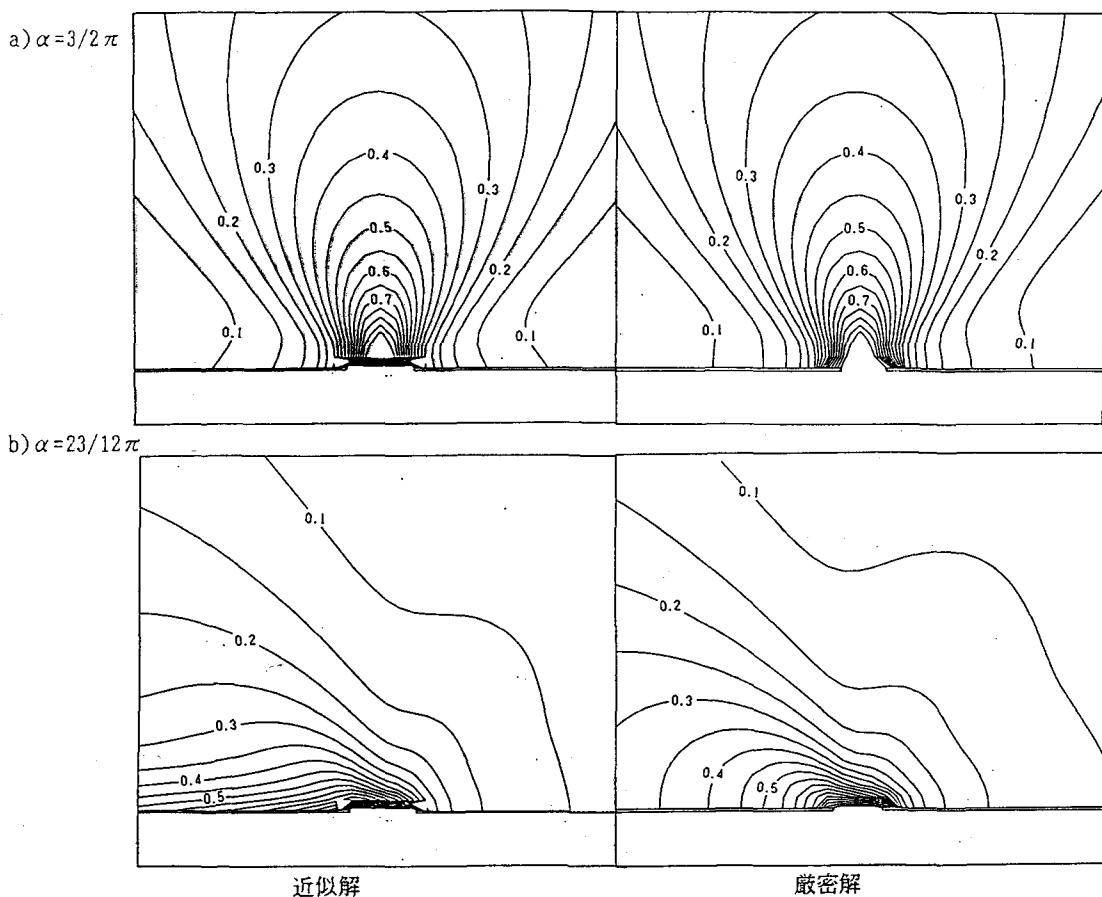


図-2 計算結果の一例 ($B/L=1.0$, $\beta=\pi$)

(参考文献)

- 1) 高山知司 (1981) : 波の回折と港内波高分布に関する研究、港湾技研資料、No.367, pp.1-140
- 2) Lick, W. (1978) : Diffraction of wave by a wedge, Proc. of ASCE, Vol.104, No.WW2, pp.119-133
- 3) Memos, C.D. (1980) : Water waves diffraction by two breakwaters, J. Hydraulic Res., Vol.18, No.4, pp.343-357