

潜水圧気浮体の非線形波浪応答に関する研究

名古屋大学工学部 正 岩田好一朗 名古屋大学大学院 学 金 度 参
名古屋大学大学院 学〇浅井 正 名古屋大学工学部 学 織田幸伸

1. はじめに：潜水式構造物は、構造物上部へ波が入射するときの急激な水深の変化による波変形を利用して、波の制御を行うことを目的の1つとした構造物である。そのため、防波堤としての性能を議論する場合、とくに構造物上部での水域の波変形を明らかにすることが重要となる。構造物上部の水域では、入射波高に比して水深が小さく、入射波の変形を議論するには非線形な取り扱いが必要になる。また、浮体を係留させる場合、波の非線形性が浮体の運動や係留索の張力に影響を与えることが、これまでの研究⁽¹⁾により明らかにされている。これは浮体係留索に加わる張力に非常に大きなスナッフ荷重を発生させる原因の1つにもなっている。したがって、今後浮体の動揺解析を進めていく場合にも、入射波の非線形性を考慮した解析を行う必要がある。しかし、現在まで浮体の波浪応答に対して非線形解析を行った研究は少なく、未解明な問題が多く残されている。そこで、本論では摂動展開法を使った非線形解析を行って、潜水浮体による波変形に及ぼす非線形性の効果を検討しようとするものである。

2. 基礎方程式：(1) グリーンの公式：非粘性、非圧縮の完全流体が、2次元の非回転運動をする場合を取り扱う。この運動は、点 (x, z) において時刻 t で速度ポテンシャル $\Phi(x, z; t)$ をもち、区分的に連続な境界をもつ領域の境界線 s 上の点 (ξ', η') で次の関係式を満たす。

$$-\Phi(\xi', \eta') = \frac{1}{\pi} \oint [\Phi(\xi, \eta) \frac{\partial \log R}{\partial n} - \Phi_n(\xi, \eta) \log R] ds \quad (\text{グリーンの公式}) \quad (1)$$

ここで、 R は境界上の点 (ξ, η) と点 (ξ', η') との距離($R = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2}$)、 n は内向き法線方向を示し、積分は境界に沿う線積分である。以後、(2)式のように無次元化を行って式表示をする。ただし、簡略化のためプライムは省略する。

$$\left. \begin{aligned} x' &= x/h, \quad z' = z/h, \quad R' = R/h, \quad \zeta' = \zeta/h, \quad s' = s/h, \quad n' = n/h, \\ t' &= \sigma t, \quad u' = u/\sigma h, \quad w' = w/\sigma h, \quad p' = p/\rho gh, \quad \phi = (\sigma/gh)\Phi, \quad \Gamma = \sigma^2 h/g \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 h ：水深、 σ ：角周波数、 u, w ：それぞれ x および z 方向の水粒子速度、 p ：圧力、 ρ ：水の密度および g ：重力加速度を表している。境界線を N 個の線要素に分割し、中央点の座標を $j = (\xi_j, \eta_j)$ ($j=1 \sim N$)、線要素の長さを Δs_j 、また $i = (\xi'_i, \eta'_i)$ ($i=1 \sim N$)とすると(1)式は(3)式のように離散化される。

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} \phi(j) - \sum_{j=1}^N E_{ij} \phi_n(j) = 0 \quad (3)$$

ただし、

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{1}{\pi} \int \Delta s_j \log R ds, \quad E_{ij} = \frac{1}{\pi} \int \Delta s_j \frac{\partial \log R}{\partial n} ds, \quad \delta_{ij} = \text{クロネッカーのデルタ} \quad (4)$$

したがって、境界上の各要素において ϕ または ϕ_n のどちらか一方を与えることにより、これに対応する ϕ_n あるいは ϕ をそれぞれ計算できる。

(2) 境界条件：自由表面を $z = \zeta(x; t)$ とすると、自由表面上の運動学的境界条件および力学的境界条件はそれぞれ(5)式と(6)式で与えられる。

$$\zeta_t = (1/\Gamma) [\phi_z - \zeta_x \phi_x] \quad (5), \quad \phi_t = -\zeta - (1/2\Gamma) [\phi_x^2 + \phi_z^2], \quad (z = \zeta) \quad (6)$$

ここで、速度ポテンシャル ϕ および水位変動 ζ にそれぞれ2次のオーダーまで考慮した摂動展開を行って、 $\phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)}$ 、 $\zeta = \varepsilon \zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}$ のように近似し、(5)式と(6)式を $z=0$ についてテーラー展開した式に代入すると、自由表面上での境界条件がそれぞれの次数に対してそれぞれ(7)～(10)式のように与えられる。

(1次近似式)

$$\zeta_t^{(1)} = \frac{1}{\Gamma} \phi_z^{(1)}, \quad (z=0) \quad (7), \quad \phi_t^{(1)} = -\zeta^{(1)}, \quad (z=0) \quad (8)$$

(2次近似式)

$$\zeta \{^2\} = \frac{1}{\Gamma} [\phi \{^2\}_z - \zeta \{^1\} \phi \{^1\}_{xx} - \zeta \{^1\}_x \phi \{^1\}_{xx}] , \quad (z=0) \quad (9)$$

$$\phi \{^2\} = -\zeta \{^2\} - \zeta \{^1\} \phi \{^1\}_z - \frac{1}{2\Gamma} [\phi \{^1\}_x{}^2 + \phi \{^1\}_z{}^2] , \quad (z=0) \quad (10)$$

また、水底および浮体表面では、不透過条件 $\phi_n^{(i)} = 0$, ($i=1, 2$) が課せられる。

(3) 浮体の圧気室内の自由表面に対する取り扱い: 圧気室内の自由表面 $z = \zeta_{(ao)}(x, t)$ についても上記と同様の操作を行うと、各次のオーダーに対して(11)~(14)式のように境界条件が得られる。ただし、圧気室内の空気圧 $p_{(ao)}$ を $p_{(ao)} = p_0 + \varepsilon p^{(1)} + \varepsilon^2 p^{(2)}$ と摂動展開している。

(1次近似式)

$$\zeta \{^1\}_{ao} t = \frac{1}{\Gamma} \phi \{^1\}_z , \quad (z = -q_3 h) \quad (11), \quad \phi \{^1\}_t = -\zeta \{^1\}_{ao} - p^{(1)}, \quad (z = -q_3 h) \quad (12)$$

(2次近似式)

$$\zeta \{^2\}_{ao} t = -\frac{1}{\Gamma} [\phi \{^2\}_z - \zeta \{^1\}_{ao} \phi \{^1\}_{xx} - \zeta \{^1\}_{ao,x} \phi \{^1\}_{xx}] , \quad (z = -q_3 h) \quad (13)$$

$$\phi \{^2\} = -\zeta \{^2\}_{ao} - \zeta \{^1\}_{ao} \phi \{^1\}_z - \frac{1}{2\Gamma} [\phi \{^1\}_x{}^2 + \phi \{^1\}_z{}^2] - p^{(2)}, \quad (z = -q_3 h) \quad (14)$$

また、圧気室内の空気圧 p の各摂動成分は、圧気室内の空気がボイル・シャルルの法則にもとづいて断熱変化を行っているものとして状態方程式を摂動展開してやることにより、(15)~(17)式のように得られる。

(0次近似式)

(1次近似式)

$$p_0 = q_3 h, \quad (\text{静水圧を表す}) \quad (15), \quad p^{(1)} V = p_0 \int_{s_{ao}} \zeta \{^1\}_{ao} ds \quad (16)$$

(2次近似式)

$$p^{(2)} V = p_0 \int_{s_{ao}} \zeta \{^2\}_{ao} ds + p^{(1)} \int_{s_{ao}} \zeta \{^1\}_{ao} ds \quad (17)$$

ただし、 $q_3 h$, V はそれぞれ静水時の圧気室内の自由表面の水位および圧気室内にある空気 の 体 積、 s_{ao} は圧気室内の自由表面の境界とする。

3. 計算方法: 対象とする領域は図-1に示すような長方形領域とする。図-1で境界1~6はそれぞれ自由表面、仮想境界面(1)、水底面、仮想境界面(2)および浮体上の自由表面、固定境界面を表す。今回の計算では $t < 0$ で静水状態の水域に、 $t \geq 0$ で2次のストークス波の流速を境界4で与えた場合に発生する波の変形について考える。境界2については不透過の条件($\phi_n = 0$)を与え、境界4での発生波が境界2に達するまで、またはこの波が境界6で反射し境界2に戻って来るまでの時間を対象として計算を行う。また、自由表面の境界条件については、時間および空間の両者に対して中央差分を行い、各次のオーダーに対して1つ前の時間ステップでの ϕ , ϕ_n および ζ から逐次その値を計算する。このため、(3)式は自由表面を有する境界について ϕ_n , その他の境界については ϕ を未知量とし、境界分割数 N の未知数を持つ N 元の連立方程式となり、各時間ステップでこの連立方程式を解いていくことにより波の場を逐次計算することができる。

4. あとがき: 以上、潜水圧気浮体による波変形について、非線形性を考慮した解析方法を示した。本論では解析結果を示していないが、上記の手法による数値解析結果および実験結果との比較・検討については講演時に発表する。

4. あとがき: 以上、潜水圧気浮体による波変形について、非線形性を考慮した解析方法を示した。本論では解析結果を示していないが、上記の手法による数値解析結果および実験結果との比較・検討については講演時に発表する。

<参考文献> 1) 上田敏隆: 潜水圧気型緊張係留浮体の波浪動揺特性と波の変形, 名古屋大学修士論文(1989)

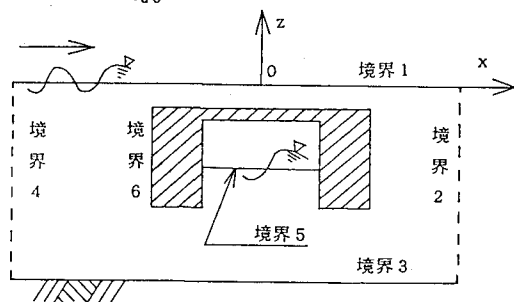


図-1 概念図