

河道内の二次元流況計算

岐阜大学 正 員 河村三郎

岐阜大学 正 員 中谷 剛

岐阜大学 学生員○潮田智道

1. はじめに

近年、大都市近郊における土地需給の逼迫化に伴い、山地丘陵部における土地利用の高度化や人口・資産の集積により、山地部の中小河川における流況、とりわけ流路内での常射流の混在と跳水の発生、段落ち部における流況などの山地河川の流路工の防災機能の評価が重要になりつつある。また、親水機能や自然生態系への配慮など、一般の河道計画において要請される機能が多様化しつつある。従って、こういった問題の解決に必要な水理学的特性を明らかにするための数値計算法の確立が望まれる。このための手法として、特異点に対する特別な配慮が不必要であり、他の工学分野で成果を挙げている衝撃波捕獲法が有望である。そこで、本研究では、MacCormack法により跳水を含む二次元の流況計算を試み、時間進行法による計算例を示す。

2. 時間進行法

時間進行法は、定常状態の諸量を計算するのに、非定常現象を追跡するための支配方程式と数値計算法を利用し、境界条件と想定初期条件を与えて収束計算を行う方法で、物理的に定常状態が存在する場合、漸近的に定常解を得ることができる。この手法では、流水に適用する場合、保存則形の連続式と運動方程式に保存則差分法を適用する方法が容易である。このとき、想定初期条件として適当な水深と流量を与え、流量が定常になるまで計算する。ただし、想定初期条件は定常状態に近いものを与えると収束が速い傾向があり、物理的に存在し得る想定初期条件を与えるのが適当であることが多い。

3. 二次元浅水流モデル

支配方程式系として、次に示す二次元浅水流モデルに対する保存則形の連続式及び運動方程式

$$U_t + F_x + G_y = C \quad (1)$$

を採用する。ただし、上式中の添え字 t 、 x 、 y は、それぞれ時間、 x 方向、 y 方向の偏微分を示し、

$$U = \begin{bmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} q_x \\ u^2 + p \\ uq_y \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} q_y \\ vq_x \\ u^2 + p \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(i_{ex} - I_{fx}) \\ gh(i_{ey} - I_{fy}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

である。上式において、第一成分が連続式、第二、第三成分がそれぞれ運動方程式の x 成分、 y 成分に対応している。ここに、 h : 水深、 p : 平均圧力、 q_x : 単位幅流量の x 成分、 q_y : 単位幅流量の y 成分、 u : 平均流速の x 成分、 v : 平均流速の y 成分、 g : 重力加速度、 i_{ex} : x 方向の河床勾配、 i_{ey} : y 方向の河床勾配、 I_{fx} : x 方向の底面摩擦勾配、 I_{fy} : y 方向の底面摩擦勾配、である。

ここで、上式に対して次の仮定を考慮する。すなわち、①流線の湾曲の影響を考慮せず、静水圧分布を仮定する。②底面剪断力は等流状態の乱流粗面水路においてよく成立する Manning の平均流速公式により考慮する。従って、

$$p = \frac{1}{2}gh^2, \quad I_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}}, \quad I_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (3)$$

であるものとする。ここに、 n : Manning の粗度係数、である。

4. 数値計算法

MacCormack法は時間、空間方向ともに2次精度の scheme であるが、2次元に拡張すると、1次精度に落ちる。そこで、3で述べた支配方程式系に対して時間分割法¹⁾を採用することにより、2次精度を確保することにする。すなわち、

$$U_t + F_x = C, \quad U_t + G_y = C \quad (4)$$

とし、それぞれについて一次元の MacCormack法を適用する。

このとき、量 S_{ij}^n の Δt 秒後の値 S_{ij}^{n+1} は、次式を用いて求めることができる。

$$S_{ij}^{n+1} = L_x \left(\frac{1}{2} \Delta t \right) L_y (\Delta t) L_x \left(\frac{1}{2} \Delta t \right) S_{ij}^n \quad (5)$$

ただし、 L_x 、 L_y はそれぞれ、 x 、 y 方向の差分演算子を表す。

5. 例題計算

ここでは、紙面の都合上、簡単な例題のみを紹介する。長さ5m、一定幅0.4m、水路勾配が上流端から2.5mの地点において0.01から水平へと急激に変化する矩形断面の直線水路において、上流端から定常な単位幅流量 $0.015 \text{ m}^2/\text{s}$ を通水させ、下流端では段落ち部において完全越流することを想定し、限界水深が生じる場合について計算した。ここで、水路全体に初期単位幅流量 $0.015 \text{ m}^2/\text{s}$ を与え、初期水深は、傾斜部で等流水深を、水平部では下流端で限界水深とする直線補間により設定した。また、Manningの粗度係数 $n = 0.015$ とし、流下方向の空間刻み幅 $\Delta x = 0.1 \text{ m}$ 、横断方向の空間刻み幅 $\Delta y = 0.04 \text{ m}$ 、時間刻み幅 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ で計算した。その結果、図に示すように数値解は、跳水部を捕捉することが可能である。また、本手法においては、周知のように、物理量が不連続に変化する部分は弱解として表されるが、2次精度のスキームに随伴する特性として、打ち切り誤差の影響による分散効果が顕在化し、数値振動が発生する。しかし、MacCormack法を1次元の浅水流方程式に適用した場合には、収束の過程においては数値振動が見られるものの、定常状態においては、それほど数値振動は著しくなく、実用上問題がないことが既に確認されている²⁾。本計算例においても、跳水部より下流で発生する数値振動は、著しいものではなく定常状態に近づくに従い平滑化が進み、凹凸が減衰する様子が観察された。図には、 $2400 \Delta t = 24 \text{ s}$ の段階における計算例を示したが、若干の数値振動が残っている段階である。従って、定常流に対し、跳水位置や跳水を含む水面形を計算する上で、本手法を用いることにより、工学的に有用な結果が得られるであろう。

6. おわりに

5で示したように、本手法を使用すれば、二次元の跳水を含む流況の計算が可能であり、斜め跳水のような二次元特有の現象にも対処できるものと考えられる。従って、常射流の混在する屈曲・湾曲水路や、流路内に構造物が存在する河道における水理学特性の解明において有力な手段となるものと考えられ、横断方向の流速や水深の変化などが問題となる場合

に対し、種々の応用も可能となるであろう。しかしながら、跳水部や、cross waves、standing waveにおいては、流線の湾曲の影響による水圧分布の非静水圧性が重要となり、流速分布の一般断面との著しい相異や気泡の連行の発生が予想される。また、本手法において、求められる水深、平均流速は各地点において1価なので、巻き波型碎波のような多価現象は表現されない。従って、そのような流況に対処できる計算法が必要となる。

参考文献: 1) 日本機学会編: 流れの数値シミュレーション, pp.117-118, 日刊社, 1988. 2) 河村三郎, 中谷剛, 潮田智道: 保存則系差分法のスキームの特性に関する考察, 土木学会第45回年次学術講演会講演概要集, 第2部, pp.438-439, 1990.

<< 計算条件 >>

水路長5.0m $\Delta x = 0.1 \text{ m}$
 水路幅0.4m $\Delta y = 0.04 \text{ m}$
 $n = 0.015$ $\Delta t = 0.01 \text{ s}$
 単位幅流量 $0.015 \text{ m}^2/\text{s}$

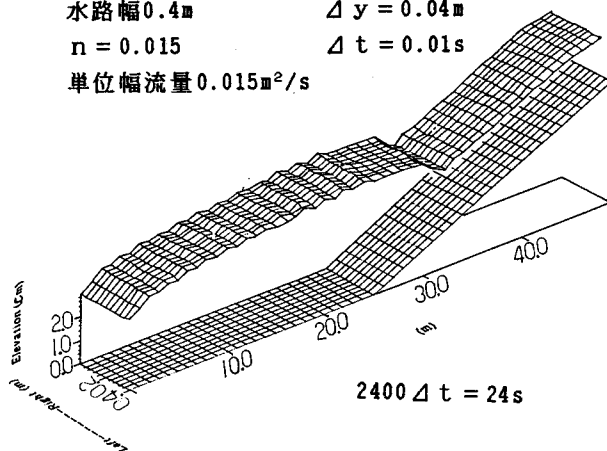


図: 計算例