

水平水中没水円柱後方の渦の可視化について

大同工業大学 正員 ○久保田 稔 福井工業高等専門学校 正員 前島正彦
 大同工業大学 学生員 豊田敏文 学生員 山本純悟 学生員 森中雄大

1. はじめに 著者らは、円柱周りと路床に作用する圧力を精度良く求めることを、この可視化実験の一つの目的としている。そこで、速度ベクトルをただちに、圧力に対するポアソン方程式に対して用いるのではなく、まずは速度ベクトルを修正することとした。今回の試みにより、修正すると極めて良好な速度ベクトルが得られることが判明したので以下に報告する。

2. 計算手法 可視化より得られた速度ベクトルは、渦度分布や圧力分布等を求めるため、一般に、格子上での速度ベクトルで表される。この格子上の速度ベクトル (u_0, v_0) は、測定誤差や計算誤差のために一般に、連続方程式を満たさないと考えられる。そこで、大気汚染予測に対して用いられている手法¹⁾を用いて、速度ベクトルを修正する。この手法は、連続方程式を束縛条件として、流速の修正量の面積積分を最小とする流速

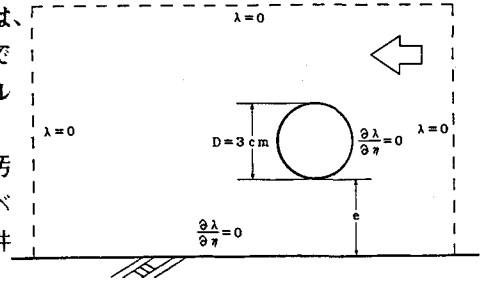


図-1 境界条件

(u, v) を求める条件付き変分問題である。つまり、修正量に対する重み係数を α_1, α_2 とし、ラグランジェの未定乗数 λ を用いて、式(1)から得られる、オイラー方程式を解く問題である²⁾。

$$E(u, v, \lambda) = \int_s \left[\alpha_1^2 (u - u_0)^2 + \alpha_2^2 (v - v_0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \right] ds \quad (1)$$

オイラー方程式は

$$u = u_0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad v = v_0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (2)$$

であり、境界条件は、図-1である。式(2)を連続方程式に代入し整理すると、

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right]^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} = -2\alpha_1^2 \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right] \quad \dots\dots\dots (3)$$

を得る。すなわち、式(3)より求めた λ を式(2)に代入すれば、修正した速度ベクトルが求まる。ここには、大気汚染問題では、三次元空間を対象としており、水平方向 (x, y) と鉛直方向 (z) の速度場の修正に対して、経験的に $0.01 \sim 0.2$ 程度の値が α_1/α_2 に対して用いられている。

さて、式(3)を、著者らの可視化実験結果に用いる場合、 x と y 方向の速度 u_0, v_0 に含まれる誤差は同じ程度と考えられるから、測定

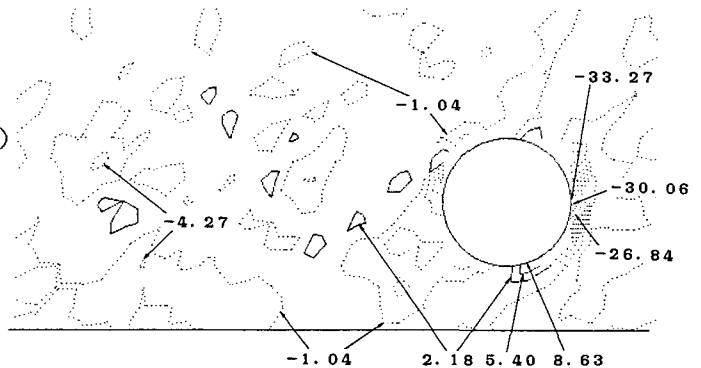


図-2 修正前の連続方程式の値

値と修正値との誤差に対応する重み係数を $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ の一定とする。つまり、式(3)は、

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\lambda}{2\alpha^2} \right] + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\frac{\lambda}{2\alpha^2} \right] = - \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (4)$$

と表現され、 λ/α^2 を求めるべき変数と考えればよい。なお渦度については、式(2)より

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{\partial u_0}{\partial y}$$

であり、修正前と後でも値に変化の
ないことが判る。

3. 計算結果 図-2は、 $e = 1.5 \text{ cm}$ の場合の式(4)の右辺
つまり修正前の連続方程式の値であり、この値は $8.63 \sim 33.27$

の範囲である。同図より、特に円柱
周りの速度ベクトルに誤差が集中し
ており、 (u_0, v_0) の値をそのま
ま圧力分布の計算に使用するの
は困難であると考えられる。一方図-3

は、 λ の平均二乗誤差を $\varepsilon = 10^{-3}$
として、式(4)を用いて修正した
後の速度ベクトル (u, v) に対す
る連続方程式の値であり、この値は
ほぼ、 $\pm 10^{-3}$ 程度と、極めて良い
値になっている。さらに、円柱周り
の誤差がいちじるしく減少しており、
この程度の誤差ならば、連続方程式
がほぼ満たされていると考えられる。

図-4は、修正前後の円柱後方の速
度ベクトルである。同図より、円柱
周辺付近や路床近くの流れおよび特
に円柱後方の複雑な流れが、修正後
には良く再現されていることが判る。

4. おわりに 十分に注意して
粒子の軌跡を求めても相当に誤差が
速度ベクトルには含まれており、今
回の様な修正を行う必要があると考
えられる。

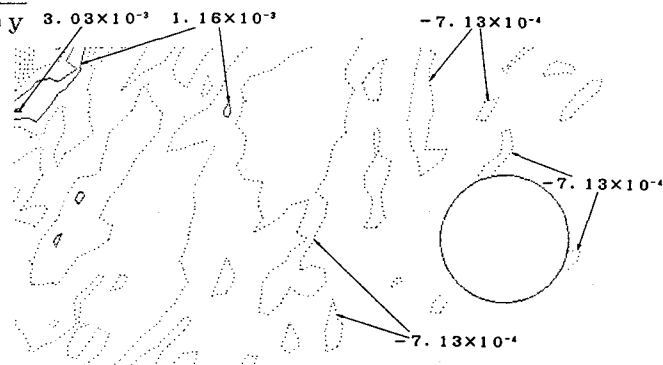


図-3 修正後の連続方程式の値

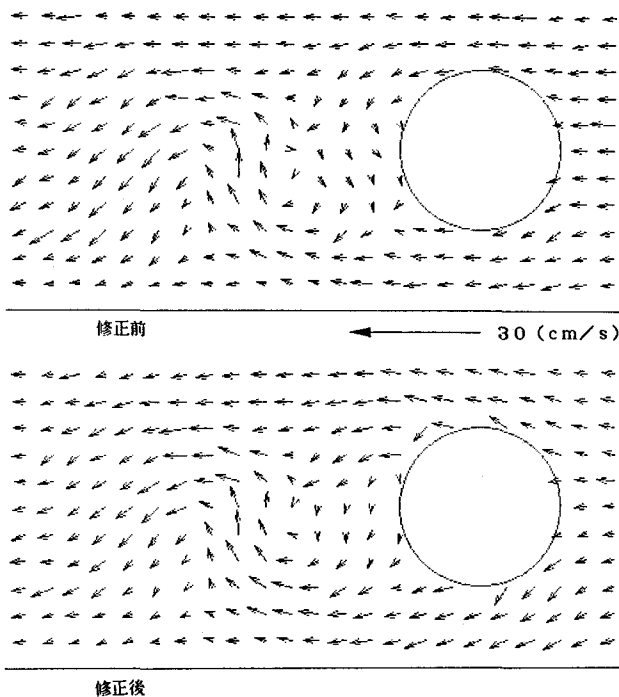


図-4 修正前後の速度ベクトルの比較

参考文献

- 1)CHRISTINE A.SHERMAN;A Mass-Consistent Model for Wind Fields over Complex Terrain,J.App. Meteor.,Vol.17,pp.312-319,1978.
- 2)YOSHIKAZU SASAKI;Numerical variational analysis formulated under the constraints determined by longwave equation and low-pass filter,Mon.Wea.Rev.,Vol.98,pp.884-898,1970.