Ⅱ－17

広域被圧地下水位変動の統計的特性について

名古屋大学大学院　学生員 ○ 宋　徳君
名古屋大学工学部　正　員　高木不折
名古屋大学工学部　正　員　原田守博

1．はじめに

広域地下水解析において，解析モデルの精度に対する定量的な評価は非常に重要な問題である．通常の解析では，水位観測データとモデルの解との差が評価基準として利用されている．しかし，実際の帯水層は必ずしも均質なものではなく，鉛直方向の入力（揚水など）も一様なものではないために，地点水位データに局所的な不確定成分が含まれる．したがって，水位観測データに基づいて解析モデルの精度の評価を行うためには，水位データに含まれる局所的な成分の特性を定量的に把握する必要がある．本研究は，広域の被圧地下水を対象に，地下水位の局所的な成分の変動特性を確率的に検討したものである．

2．帯水層の非均質性および鉛直入力の不一様性に基づく地下水流動のモデル

広い平野における被圧地下水を考える場合，鉛直方向に積分すると，水平二次元のモデルは

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial h}{\partial y}\right)+Q=S\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (1)$$

初期条件　: $h(x,y,t)|_{t=0} = h_0(x,y)$ 　(2)

境界条件　: $h(x,y,t)|_C = h_C(x,y,t)$ 　(3)

ここに，$T(x,y)$：透水量係数，$S(x,y)$：貯留係数，$Q(x,y,t)$：井戸揚水や加圧層からの漏水を表す鉛直入力項である．

帯水層の水理特性は，平均値と局所的な成分の和の形式で表すと

$S(x,y) = S_0 + S^1(x,y)$　；　$\ln T(x,y) = F + f(x,y)$

さらに，入力項も同様な形式で表せるとすれば，

$Q(x,y,t) = Q_0 + Q^1(x,y,t)$；ただし，$T_0 = e^F$，$Q_0$ は定数．

初期条件および境界条件については，次のように設定する．

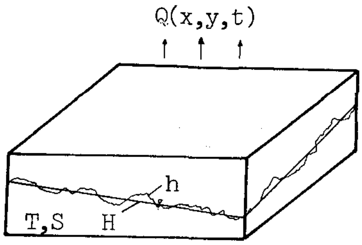

Fig.1 Groundwater Model

$h_0(x,y) = H_0(x,y) + \phi_0(x,y,t)$　；　$h_C(x,y,t) = H_C(x,y) + \phi_C(x,y,t)$

これらの関係を式(1)-(3)に代入して，地下水位の平均値(定常一様分布)$H(x,y)$と非定常な局所的な成分$\phi(x,y,t)$に関する二つのモデルが得られる．すなわち，$h(x,y,t) = H(x,y) + \phi(x,y,t)$．$H(x,y)$に関するモデルは，従来の解析方法で解くことができる．いま，$\ln T$とQ の局所的な成分$f(x,y)$, $Q^1(x,y,t)$を確率変数と考え，境界条件の不確実成分ϕ_Cの影響が無視できるような平野の中心部における地下水状態を想定する．さらに，帯水層の非均質性と揚水の実態に対する調査結果に基づいて，$f(x,y)$ は空間的に正規分布に従い，$Q^1(x,y,t)$ は数多くの周期的成分から成るとする．即ち，$Q^1(x,y,t) = \sum_n Q_n^1(x,y,t;\omega_n)$．このようにして，地下水位変動の局所的な成分$\phi(x,y,t)$に関するモデルを解く．被圧帯水層の水頭伝導率 $K_0 = T_0/S_0$が非常に大きい場合には，$\phi(x,y,t)$の解に含まれる非定常成分 $\exp(-K_s t)$ ($K_s = K_0*(k_1^2+k_2^2)$，k_1, k_2 は空間的周波数)が省略でき，$\phi(x,y,t)$は次式のようになり，時間的空間的に二次定常な確率過程とみなすことができる．

$$\begin{aligned}\phi(x,y,t) &= \int\int_{-\infty}^{\infty}\exp[i(k_1x+k_2y)]\,\frac{i(k_1*J_x+k_2*J_y)}{K_s}K_0*dZ_f(k_1,k_2)\\ &+\sum_n\Big\{\int\int_{-\infty}^{\infty}\exp[i(k_1x+k_2y)]\,\frac{\eta_1(k_1,k_2)}{S_0(K_s^2+\omega_n^2)}[K_s\cos\omega_n t+\omega_n\sin\omega_n t]dk_1dk_2\\ &+\int\int_{-\infty}^{\infty}\exp[i(k_1x+k_2y)]\,\frac{\eta_2(k_1,k_2)}{S_0(K_s^2+\omega_n^2)}[K_s\sin\omega_n t-\omega_n\cos\omega_n t]dk_1dk_2\Big\}\end{aligned}$$

ここに，ω_n：時間的な周波数である．

3．水位変動の統計的構造

一般に，$f(x,y)$ と $Q^1(x,y,t)$が互いに独立であると考えられる．すなわち，$E[f(x,y)*Q1(x,y,t)]=0$（ただし，E はEnsemble 平均）．したがって，水位分散及び時間的自己相関が次のような形式となる．

水位分散：　$\sigma_{\phi}{}^2 = \sigma_{f\phi}{}^2 + \sum_n \sigma_{Qn\phi}{}^2$ (4)

水位の自己相関：　$R_C(\tau) = \sigma_{f\phi}{}^2 + \sum_n \sigma_{Qn\phi}{}^2 * \mathrm{COS}\ \omega_n \tau$ (5)

ここに，$\sigma_{f\phi}{}^2$：帯水層の非均質性による水位分散，$\sigma_{Qn\phi}{}^2$：入力の不一様性による水位分散，さらに，$Q^1(x,y,t)$ の空間相関を White noise 近似して，$f(x,y)$ の空間相関を $\exp(-\sqrt{\xi^2+\eta^2}/\lambda)$ とすると，$\phi(x,y,t)$ の分散は次のようになる．

・帯水層の非均質性による水位分散：

$$\sigma_{f\phi}{}^2 = \frac{\sigma_f{}^2*\lambda^2*(Jx+Jy)^2}{4}*\left[\frac{-D}{\sqrt{D^2+(2\pi\lambda)^2}} + \mathrm{Log}\ \frac{D+\sqrt{D^2+(2\pi\lambda)^2}}{2\pi\lambda}\right] \quad (6)$$

・鉛直入力の不一様性による水位分散：

$$\sigma_{Q\phi}{}^2 = \sum_n \frac{\sigma_{Qn}{}^2}{8*T_0*S_0*\omega_n} \quad (7)$$

ここに，$\sigma_f{}^2$：$f(x,y)$の分散，λ：$f(x,y)$の空間相関スケール，$\sigma_{Qn}{}^2$：$Q_n{}^1(x,y,t)$の分散，D：対象流域のスケール，Jx, Jy：平均水位の空間的勾配（一定値）である．

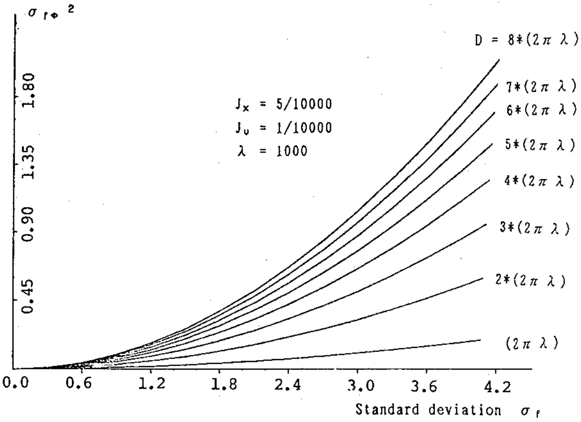

Fig.2 Relationship between $\sigma_{f\phi}{}^2$ and σ_f

4．結果の検討

上式に示されたように，水位分散$\sigma_{\phi}{}^2$ を構成する$\sigma_{f\phi}{}^2$と$\sigma_{Qn\phi}{}^2$のうち，前者$\sigma_{f\phi}{}^2$ は透水量係数のばらつきの程度$\sigma_f{}^2$や空間相関スケールλおよび対象領域のスケールDに関係しており，それらの増加に伴って増大している（図－2）．

一方，$\sigma_{Qn\phi}{}^2$は入力のばらつきの程度を表す　$\sigma_{Qn}{}^2$ に比例しているが，透水量係数や貯留係数の平均値 T_0, S_0の積が小さくなるにつれて $\sigma_{Qn\phi}{}^2$の値は急激に増加している（図－3）．すなわち，水位分散は帯水層の非均質性や入力の不一様性など局所的な特性だけでなく，帯水層および地下水流れの平均的な特性にも関係しており，T_0, S_0 が小さく，Jx, Jy が大きい領域では$\sigma_{Qn\phi}{}^2$と$\sigma_{f\phi}{}^2$は大きく，水位データは大きな局所的成分を含むことが予想される．

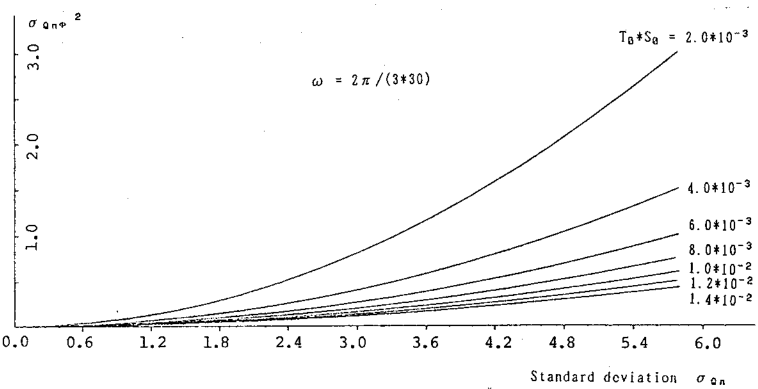

Fig.3 Relationship between $\sigma_{Qn\phi}{}^2$ and σ_{Qn}

5．おわりに

広域地下水解析モデルの解を地下水位の平均値$H(x,y)$と考え，水位データとモデルの解の差を$\phi(x,y,t)$とみなすと，地下水位の分散はを解析モデルの誤差を表す．本研究では，簡単な場合の被圧地下水位の局所的成分を対象として，地下水位の分散が帯水層の非均質性によるものと入力の不一様性によるものとに分離されることを示した．この理論的結果はモデルの評価だけでなく，モデルの修正への応用に発展しうる可能性を秘めている．今後はより一般的な状況の解析を行うとともに，理論的結果の実用化を図る予定である．