

## クラックひずみ分布関数を用いた平面応力場における引張剛性の定式化

名古屋大学工学部 学生会員 ○玉 腰 直樹  
 名古屋大学大学院 学生会員 呉 智深  
 名古屋大学工学部 正会員 二羽淳一郎

1. はじめに

原子力発電所（原子炉圧力容器）や LNG タンクなど多くの重要構造物が RC 構造で建設されるようになった現在、事故時に構造物内部に発生する圧力や地震荷重によりもたらされる限界状態での変形余裕度を含めた設計が合理的に行なわれる必要が生じてきた。こうした状況の中で、著者<sup>(1)</sup>らは、概念上のひずみである「クラックひずみ」を仮定することにより、クラックを生じた後の RC 部材の変形や強度の非線形性を合理的かつ簡易に取り扱う事を提案した。一軸引張問題への適用では、既往の実験との比較により仮定の妥当性は示された。そこで本研究では、応力が一軸場から二軸場、つまり主応力が  $K = N_2/N_1$  ( $N_1, N_2$ : 検討する要素に作用する主引張力) なる比で表わされる応力状態の RC 平板へのクラックひずみの適用性を検討する。特に、一軸部材では考慮しなかった主応力と直交二方向鉄筋が任意角で交わることによる影響を主眼におき FEM 解析を行った。

2. 解析理論2. 1 要素モデル

図-1 に示す要素モデルについて有限要素法の定式化を行う。クラックに対し垂直に x 軸をとり、平行に y 軸をとる。x-y 座標系を  $\theta$  回転させた座標系を鉄筋に関する r-s 座標系とする。

2. 2 コンクリートひずみおよびクラックひずみ

x-y 座標系における全ひずみ  $\{\epsilon\}$ 、コンクリートひずみ  $\{\epsilon_c\}$ 、クラックひずみ  $\{\epsilon_{cr}\}$  の関係を次式のように仮定する。

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_c\} + \{\epsilon_{cr}\}$$

(1) 要素モデル

それぞれのひずみを一般的な有限要素法の記述を用いて示せば次式のようになる。ただし、クラックひずみは鉄筋とコンクリートとの付着・すべりから(3)式のように仮定する。また、式は  $0 \leq x \leq L$  のみを記述する。

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\}$$

(2)

$$\{\epsilon_c\} = [B(x=0)] \frac{\cosh(a(x-L)/b_c)}{\cosh(aL/b_c)} \{\delta\} \quad \text{ただし、 } b_c = \sqrt{\frac{A_s E_s}{\phi_s(1+np)k_1}}, 2L: \text{クラック間隔}$$

$$= [B_{cr}]\{\delta\}$$

(3)

$$\{\epsilon_c\} = [[B] - [B_{cr}]]\{\delta\}$$

$$= [B_r]\{\delta\}$$

(4)

2. 3 付着すべりおよび鉄筋ひずみ

鉄筋に関する r-s 座標系における、r 軸方向の鉄筋とコンクリートとの間に生じるすべり量  $g$  は(5)式で定義する。

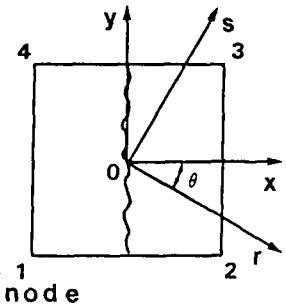
$$g = \int_0^r \epsilon_{s,r,s} dr - \int_0^r \epsilon_{c,r,s} dr \quad \text{ただし、 } \epsilon_{c,r,s} = [T]\{\epsilon_c\}$$

また、すべり量は一般に知られる付着の基礎式および境界条件より(6)式でも示される。

$$g = \frac{\cos \theta [B(x=0)] b_c \tanh(aL/b_c) \sinh((r-L_r)/b_{cr})}{a \sinh(L_r/b_{cr})} \{\delta\}$$

$$= [B_{bs,r,s}]\{\delta\}$$

(5), (6) 式から、鉄筋ひずみは(7)式のように表される。



$$\varepsilon_s = [T][B_c]\{\delta\} + \frac{\cos \theta [B(x=0)] b_c \tanh(aL/b_c) \cosh((r-L_r)/b_{c,r})}{ab_{c,r} \sinh(L_r/b_{c,r})} \{\delta\}$$

$$= [B_{s,rs}]\{\delta\}$$

## 2.4 引張剛性

2.2, 2.3で定義した  $[B_c]$ ,  $[B_s]$ ,  $[B_{bs}]$  を用いれば、ボテンシャルエネルギー最小の原理より節点力  $\{P\}$  および剛性マトリックス  $[K]$  は(8)式で示される。

$$\{P\} = \left[ \int_{vc} [B_c]^T [D_c] [B_c] dV + \int_{vs} E_s [B_{s,rs}]^T [B_{s,rs}] dV \right. \\ \left. + \int_{bs} k_1 [B_{bs,rs}]^T [B_{bs,rs}] db_s \right] \{\delta\}$$

$$= [K]\{\delta\} \quad \text{ただし, } [D_c] = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

## 3. 数値解析と実験結果<sup>(2)</sup>との比較

### 3.1 数値解析モデル

図-2に示すRC平板について解析を行った。図中の  $N_1$ ,  $N_2$  ( $= K \cdot N_1$ ) は、RC板に作用する主引張力で、引張を正とする。この解析では  $K=0$ とした。また、RC平板に関する諸量は次の通りである。

鉄筋: SD30D10,  $E_s = 2.10 \times 10^8 \text{ (kgf/cm}^2)$ ,  $p_x = p_y = 1.183\%$

コンクリート:  $f_t = 19.0 \text{ (kgf/cm}^2)$ ,  $E_c = 2.11 \times 10^5 \text{ (kgf/cm}^2)$

$a=0.10$ ,  $k_1=1000 \text{ (kgf/cm}^3)$ ,  $\theta=22.5^\circ$

### 3.2 解析結果

実験結果と解析値との比較を図-3に示す。解析値は、クラックが生じることにより、剛性が急激に低下していく様子を表している。引用した実験との比較では、解析値は実験値を比較的良好に再現していると言える。次に、荷重による発生鉄筋応力の検討を行う。図-4は、実験での鉄筋降伏荷重に対する鉄筋応力の解析値を示したもので、鉄筋応力がピークとなっているところにクラック位置が対応している。クラック位置での鉄筋応力の解析結果は約3000kgf/cm<sup>2</sup>であったが、これはほぼ使用鉄筋の降伏強度にあたる値であることから、鉄筋の挙動についてもかなり正確に再現していると言える。

図-5は、主応力方向と鉄筋方向との偏角  $\theta$  が変形や強度に及ぼす影響を示したものである。偏角  $\theta$  が大きくなるに従い変形が大きくなる、つまり剛性が低下していくことがわかる。

### 【参考文献】

- 田辺忠顯 他: クラックひずみ分布関数を用いたRC単軸要素の引張剛性に関するFEM解析の定式化, 日本コンクリート工学会, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 11, No. 2, 1989
- 山田一宇: 鉄筋コンクリート製原子炉格納容器の設計における問題点 特にRCシェル要素のせん断設計方法の合理化に関する研究, 前田建設技術研究所報, No. 22-1, 1982

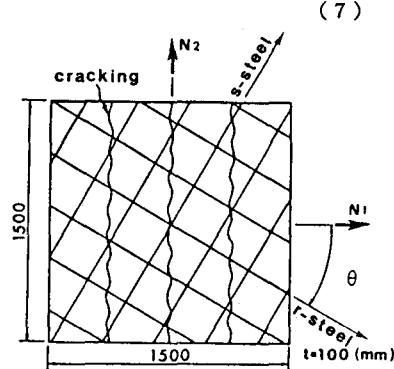


図-2 数値解析モデル

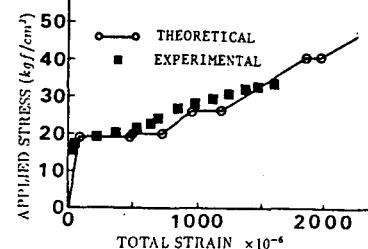


図-3 全応力-平均ひずみ曲線

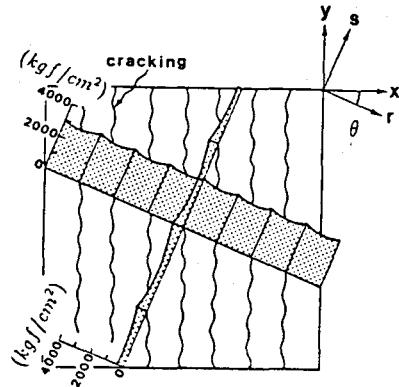


図-4 鉄筋応力分布

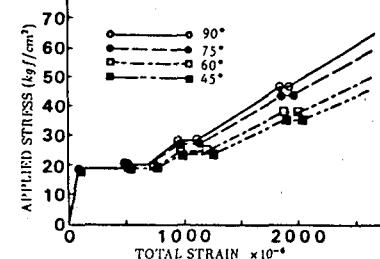


図-5 偏角  $\theta$  の剛性への影響