IV—30

OD分布と配分交通量の計測交通量情報による推定について

信州大学工学部　正会員　奥谷　巖
信州大学工学部　　　　○青柳　貴志

1．まえがき　道路ネットワークの動的交通管制に必要な交通状態の推定の1つとしてリンクにおける交通量計測情報をもとにノード間のOD分布推定という問題があり、従来多くの研究者によりその研究がなされてきたが、ノード間に複数の経路（パス）が存在するようなネットワークを対象とする場合においては、そうしたOD分布の推定に加えて経路配分交通量いわゆるパスフローの推定も必要となってくる。このような観点から、本研究においては、道路ネットワークのOD分布とパスフローのダイナミックな同時推定を行うとするものである。

2．推定方法　いま対象ネットワークとして、M本のリンクからなるネットワークを考えるものとし、合計N個のODペアが存在しているものと仮定する。そして我々は以下のような記号を定義する。

$x_p{}^i(t)$　：時刻tにおけるOD i のパスpを流れる交通量（$i=1\sim N$,$p=1\sim n^i$）

$x^i(t)$　：時刻tにおけるOD i のOD交通量（$i=1\sim N$）

$y_j(t)$　：時刻tにおけるリンクjの観測交通量（$j=1\sim M$）

まえがきにも述べた通り、本稿で目的とするものは$y_j(t)$なる計測交通量情報により$x_p{}^i(t)$ならびに$x^i(t)$の時々刻々の値を推定するところに存するが、OD交通量$x^i(t)$については次のように表される。

$$x^i(t)=\sum_{p=1}^{n^i} x_p{}^i(t) \qquad (1)$$

この関係式より$x_p{}^i(t)$の推定値がわかればその推定値は自動的に求められるので、結局、我々は$y_j(t)$のデータを利用して $x_p{}^i(t)$の推定を図ればよいことがわかる。以下ではその推定に関して単純なモデル構造を有する1つの推定方法についてまず説明し、しかる後にその方法を基本としつつもモデル構築に伴って発生する不都合を補完する事を目指したもう1つの推定方法についても説明する。

2．1　推定方法(1)　リンク交通量 $y_j(t)$が当該リンクを通るパスフローの総和として与えられるという関係式を記述すれば以下のようになる。

$$y_j(t)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=1}^{n^i} \delta_{pj}{}^i x_p{}^i(t)+v_j(t) \qquad (2)$$

ここに$\delta_{pj}{}^i$はOD i パスpがリンクjを含むとき1となり、その他の場合には0となるパラメータであり、また$v_j(t)$は観測誤差を示している。式(2)は状態変数$x_p{}^i(t)$と観測量$y_j(t)$を結合する式でありシステム理論において、いわゆる観測方程式と名付けられているものである。本研究で取り扱う時間は実際問題への理論の適用性を考慮して離散的な時間を前提とするがそのとき、単位時間の長さが対象とする全ODペアの最大トリップ完了時間より大きい場合においては上記観測方程式は近似的に正しいとみなして良いと思われる。しかし、そうした前提が成立しないような場合においては$y_j(t)$という観測量が同一時刻のパスフロー$x_p{}^i(t)$によってのみ表現されるとする関係式は物理的には成立しない事に注意を要する。他方、状態量である$x_p{}^i(t)$の時間的遷移を表現するいわゆるシステム方程式については、式(2)のような必然性を伴う関係式を見いだす事は一般に困難であるが、ここでは単純に状態量の時間的に滑らかな変動を仮定し、

$$x_p{}^i(t+1)=x_p{}^i(t)+w_p{}^i(t) \qquad (3)$$

なる方程式を採用する。ここに、$w_p{}^i(t)$は誤差項を表している。上記をマトリクス表示すると、

$$x(t+1)=x(t)+w(t) \quad (4), \qquad y(t)=Hx(t)+v(t) \quad (5)$$

ここに、$x(t)=(x_1{}^1(t), x_2{}^1(t), \cdots, x_{n^1}{}^1, x_1{}^2, x_2{}^2, \cdots, x_{n^2}{}^2, \cdots, x_1{}^N, x_2{}^N, \cdots, x_{n^N}{}^N)$

$y(t)=(y_1(t),\ y_2(t),\ \cdots\ ,\ y_M(t))$

であり、Hは$\delta_{pj}{}^{i}$を要素とするM×nのマトリクスを表している。ただしnはx(t)の次元数を示す。またw(t)及びv(t)はそれぞれ$w_p{}^{i}(t)$, $v_j(t)$を要素とするベクトルである。式(4),(5)で表されるシステムは明らかに線形であり、従ってw(t), v(t)の白色性が仮定できるものとすればx(t+1)の予測値$\hat{x}(t+1|t)$が、カルマンフィルタ理論によって与えられる。すなわち

$$\hat{x}(t+1|t)=\hat{x}(t|t-1)+K(t)\,[y(t)-H\hat{x}(t|t-1)] \qquad (6)$$

$$K(t)=P(t|t-1)H^T[R_2+HP(t|t-1)H^T]^{-1}\ ,\quad P(t+1|t)=[I-K(t)H]\,P(t|t-1)+R_1$$

ここに、$P(t_0)=R_0$とし、R_0は$x(t_0)$の分散共分散行列、R_1はw(t)の分散共分散行列、R_2はv(t)の分散共分散行列をそれぞれ表している。

2．2　推定方法(2)　先にも述べたように式(2)で表される観測方程式は単位時間がトリップ完了時間に比して短い場合には大きな系統的誤差を伴う事が避けられない可能性がある。なぜならば、かかる場合のリンク交通量$y_j(t)$は物理的意味あいを考慮すればx(t), x(t-1), x(t-2), ････のような所要時間に対応する遅れを伴う状態量の関数として表現されるはずであるからである。しかしながら実際問題としてはそうした関数系を的確に与える事は至難である。こうした事に鑑みて上に述べた方法１に若干の改良を加えるという形でこうした問題に対処する事を考える。推定方法(1)では暗黙の前提として観測誤差v(t)の平均値を０としているがここでは、その平均値を未知量$v_j(t)$として$v_j(t)=b_j(t)+V_j(t)$とおく。当然の事ながら$V_j(t)$の平均値は０となる事とは明かであろう。この関係式を式(2)に代入すると

$$y_j(t)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=1}^{n^i}\delta_{pj}{}^{i}\,x_p{}^{i}(t)+b_j(t)+V_j(t) \qquad (7)$$

となる。未知の観測誤差の期待値 $b_j(t)$ についてはそれを新たな状態変数とみなし式(2)に類似する次式のような遷移方程式を仮定する。

$$b_j(t+1)=b_j(t)+w_j(t) \qquad (8)$$

式(7)及び式(3),(8)をマトリクス表示すると

$$X(t+1)=X(t)+W(t) \quad (9)\ ,\qquad y(t)=\mathbb{H}X(t)+V(t) \quad (10)$$

となる。ここに、

$$X(t)=[x^T(t),b_1(t),b_2(t),\cdots,b_M(t)]^T,\quad W(t)=[w^T(t),u_1(t),u_2(t),\cdots,u_M(t)]^T$$

$$V(t)=[V_1(t),V_2(t),\cdots,V_M(t)]^T\quad ,\ \mathbb{H}=(H,I)\ \ (I\text{は単位行列})$$

である。式(9),(10)が線形である事は明かであり従って X(t+1)の予測値$\hat{X}(t+1|t)$がカルマンフィルタによって求められる事は自明である。

3．計算アルゴリズム　従来のカルマンフィルタアルゴリズムによる数値的不安定性を防ぐためにここではU－D分解を利用した計算アルゴリズムを導入する。このアルゴリズムは各観測量について独立に推定値を更新する構造になっており、その意味で逆行列の計算を要しないという利点も合わせもっている。従って以下ではｉ番目の観測量に関する計算課程について具体的に記す。いま $P^0(t|t)=P(t|t-1)$, $x^0(t)=\hat{x}(t|t-1)$ としたとき、$P^{i-1}(t|t)=U^i(t)D^i(t)U^i(t)^T$なるU－D分解を行う。$U^i(t)$の成分を$u_j{}^{i}(t)$, $D^i(t)$の対角要素を$d_j{}^{i}(t)$, Hのｉ行をH_iとしたとき$f^i(t)=U^i(t)^TH_i(t)^T$, $g_j{}^{i}(t)=d_j{}^{i}(t)f_j{}^{i}(t)$を求める。ついで$K_1{}^{i}(t)=[g_1{}^{i}(t),0,\cdots,0]^T$, $\alpha_1{}^{i}(t)=R_2{}^{i}+f_1{}^{i}(t)g_1{}^{i}(t)$ (ただしR_2のｉ番目の対角要素）としたとき$\alpha_{j+1}{}^{i}(t)=\alpha_j{}^{i}(t)+f_{j+1}{}^{i}(t)g_{j+1}{}^{i}(t)$, $K_{j+1}{}^{i}(t)=K_j{}^{i}(t)+g_{j+1}{}^{i}(t)u_{j+1}{}^{i}(t)$を計算する。このとき$\hat{x}^i(t|t)=\hat{x}^{i-1}(t|t)+K^i(t)\,[y_i(t)-H^i\hat{x}^{i-1}(t|t)]$, $K^i(t)=K_N{}^{i}(t)/\alpha_N{}^{i}(t)$, $P^i(t|t)=P^{i-1}(t|t)-K^i(t)f^i(t)^T$となり$\hat{x}(t|t)=\hat{x}^M(t|t)$, $P(t|t)=P^M(t|t)$となって観測更新計算が終わる。時間更新については数値的に安定なので$P(t+1|t)=P(t|t)+R_1$, $\hat{x}(t+1|t)=\hat{x}(t|t)$のように従来のアルゴリズムを使う。なお適用例、結果は当日講演時にて発表する。