Ⅳ—28

部分グラフの集約化による全点間信頼度計算法の改良について

金沢大学自然科学研究科　正会員　○高山純一
金沢大学工学部　今田啓介

1．はじめに

道路網の全点間信頼度を厳密に求める従来の方法は，道路網規模の増大に伴い，計算時間や記憶容量が指数関数的に増大するため，大規模な道路網を対象とした場合，計算が非常に困難であるという問題点がある。そこで，著者等はネットワークを部分グラフに分割し，集約化することによってネットワークを簡略化し，全点間信頼度を効率的に計算する近似計算法（部分グラフ集約化法）を提案した。

しかし，この方法では簡単のために，ある部分グラフが非連結となる場合，その部分グラフ内の非連結パターンはすべて等しい確率で生起すると仮定している。実際には，各非連結パターンはそれぞれ異なった確率で生起すると考えられるので，今回はその点を考慮して計算法の改良を行う。

2．部分グラフの集約化による近似計算法（従来法）

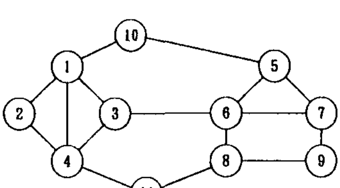
本手法は，基本ネットワークに含まれる部分グラフをいくつかのノード（集約ノード）に集約化することによりネットワークを簡略化し，全点間信頼度の近似解を求める方法である。なお，ネットワークの簡略化においては，次の3つの仮定が成り立つものと考える。

仮定1・・部分グラフが連結であれば，1つのノードに置き換えることができる。

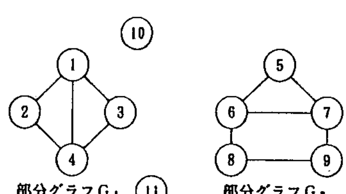
仮定2・・部分グラフが非連結（部分グラフがさらにいくつかの互いに連結でないグラフに分割される状態）であれば，2つ以上のノードに置き換えことができる。

仮定3・・部分グラフが非連結で，いくつかのグラフに分割されるとき，その分割数が部分グラフに接続しているリンク数より大きければ，その基本ネットワークは非連結となる。

図－1の基本ネットワーク（対象ネットワーク）を例として部分グラフ集約化法の計算手順を示す。　まず，（1）基本ネットワークをいくつかのサブネットワークに分割し，図－2に示すように部分グラフを設定する。（2）各部分グラフを集約ノードに置き換え，図－3に示すような変換ネットワークを作成する。ここで，各部分グラフ間を結ぶ複数のリンク（並列リンク）が存在する場合には，連結確立の等しい1本のリンク（集約リンク）に置き換える。さらに，（3）各部分グラフが連結である場合には，1つの集約ノードとし，非連結である場合には2つ以上の集約ノードに置き換えて簡略ネットワークを作成する。



図－1　基本ネットワーク



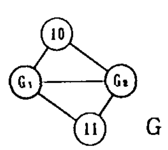
図－2　部分グラフ

$$RE=\sum_{k=3}^{11} P_k \cdot R_k \qquad \text{(従来法)}$$

$$=R_1 R_2 \cdot R_3+\sum_{k=4}^{7} \frac{1}{4}(1-R_1)\, R_2 \cdot R_k$$

$$+\sum_{k=8}^{11} \frac{1}{4} R_1\,(1-R_2) \cdot R_k \qquad (1)$$

簡略ネットワークとしては部分グラフG_1，G_2が共に連結である場合（ア），G_1のみが非連結な場合（イ，ウ，エ，オ），G_2のみが非連結な場合（カ，キ，ク，ケ）の9通り（従来法）とG_1,G_2が共に非連結な場合（コ，サ，シ，ス，セ，ソ）の合計15通り考えられる。したがって，全点間信頼度の近似解は各簡略ネットワークの生起確率とその連結確率の積和により計算される。ただし，従来の方法では簡単のために，簡略ネットワーク（イ）～（オ）あるいは（カ）～（ケ）の生起確率をそれぞれすべて



図－3　変換ネットワーク

等しいと仮定し，式（1）のようにして計算した。

ここに，R_1，R_2 は部分グラフ G_1，G_2 の全点間連結確率を表し，P_3, P_4 ～ P_{11} および R_3，R_4 ～ R_{11} はそれぞれ図－3，図－4に示す簡略ネットワーク（ア），(イ）～（ケ）の生起確率および全点間連結確率を表す。

しかし，実際には簡略ネットワークの生起確率はそれぞれ異なっているので，その点を考慮する必要がある。

3．簡略ネットワークの生起確率を考慮した改良法

部分グラフ G_1 が非連結となるのは，（イ，ウ，エ，オ）の4通りで，部分グラフ内の連結状態はそれぞれ図－5～図－8に示すパターンである。

ここで，たとえば各リンクの信頼度（連結確率）がすべて 0.9であると仮定すると（a）のパターンの生起する確率は $P_a = 0.9 \times 0.1 \times 0.9 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0081$ となる。同様にして，他のパターンも計算できる。

そうすると，簡略ネットワーク（イ）が生起する確率は $P_4 = (P_a + P_b) R_2 = 0.00155180772$ として計算される。同様にして，簡略ネットワーク（ウ），(エ），（オ）の生起確率 P_5, P_6, P_7 もそれぞれ $P_5 = (P_c + P_d) R_2$，$P_6 = (P_e + P_f + P_g + P_h) R_2$，$P_7 = (P_i + P_j) R_2$ として計算できる（表－2）。

一方，部分グラフ G_2 が非連結となる場合も4通り有り，それぞれのパターンの生起確率を計算すると表－2のようになる。さらに，部分グラフ G_1，G_2 が共に非連結となる確率を計算すると同様に，表－2のようになる。

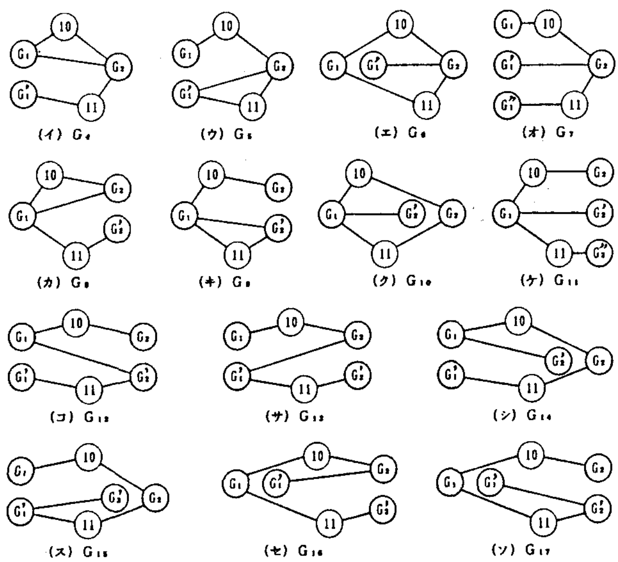
このように，実際にはそれぞれの簡略ネットワークの生起する確率が異なるので，改良法ではその点を考慮して，基本ネットワークの全点間信頼度を式（2）のように計算する。

$$RE = \sum_{k=3}^{17} P_k \cdot R_k \qquad \text{(改良法)} \qquad (2)$$

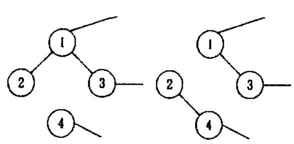
なお，詳しい計算結果は講演時に発表する。

4．参考文献

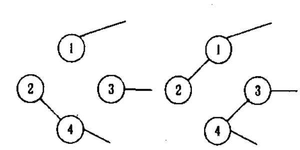
1）高山純一，大野　隆；連結性能から見た道路網の信頼性評価法，土木計画学研究・講演集，No.11, pp.251～258，1988 年11月



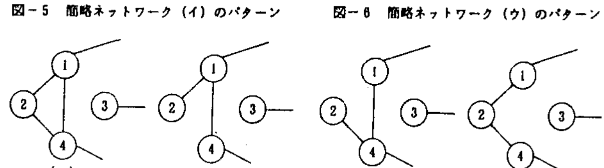
図－4　簡略ネットワーク



図－5　簡略ネットワーク（イ）のパターン



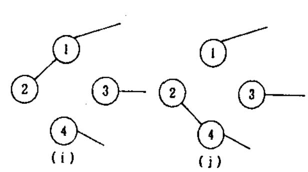
図－6　簡略ネットワーク（ウ）のパターン



図－7　簡略ネットワーク（エ）のパターン

表－2　簡略ネットワークの生起確率

$P_3 = 0.935740055$		$P_{12} = 0.0000177147$
		$P_{13} = 0.0000295245$
$P_4 = 0.00155180772$	$P_8 = 0.017803273$	$P_{14} = 0.00000118098$
$P_5 = 0.00155180772$	$P_9 = 0.010681964$	$P_{15} = 0.00000118098$
$P_6 = 0.00931084632$	$P_{10} = 0.00071213094$	$P_{16} = 0.000177147$
$P_7 = 0.00017242308$	$P_{11} = 0.0003956283$	$P_{17} = 0.0001062882$



図－8　簡略ネットワーク（オ）のパターン