旅行時間最小化に基づく都市高速道路のＬＰ制御

名古屋工業大学　正　員　松井　寛
名古屋工業大学　学生員　○橋本峰雄

１．はじめに

都市高速道路の本線上における自然渋滞に対するＯＮランプ（入口）での流入制御の一手法としてのＬＰ制御は，従来から提案されているものもあるが，本研究では，以下に述べるような目的関数，制約条件を提案し，それをもとにしたＬＰ流入制御を行うことを検討中である．

最終的には，名古屋高速道路の昭和６３年のデータをもとに計算を行う予定であるが，本編では，簡単な例題を挙げて説明を進めて行くことにする．

２．例題による説明

―例題―

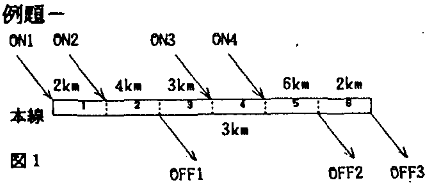

図１

表１　ランプ間ＯＤ確率

	OFF1	OFF2	OFF3
ON1	0.2	0.2	0.6
ON2	0.1	0.4	0.5
ON3	―	0.5	0.5
ON4	―	0.5	0.5

表２　ＯＤ間所要時間（分）

	OFF1	OFF2	OFF3
ON1	6.0	18.0	20.0
ON2	4.0	16.0	18.0
ON3	―	9.0	11.0
ON4	―	6.0	8.0

走行速度を60km(一定)とした時

本線上の走行速度　　６０ｋｍ／ｈｒ
最大交通容量　　１７５台／５分・車線
本線はすべて２車線とする．
単位制御時間は５分とする．

説明を進めるに当たっては，以下の３つの前提条件が満たされているものとする．

１．本線上の交通量が最大交通容量以下の場合は，車の速度はすべて一定とする．
２．ランプ需要量が予測可能である．
３．ランプ間ＯＤ確率が予測可能である．

次に，以下に使用する文字の説明をしておく．

i　(＝1,2,....m)　区間番号を表す．
j　(＝1,2,....n)　ＯＮランプ番号を表す．
k　(＝1,2,....　)　制御時間帯番号を表す．
Δt　単位制御時間．
Ｑ（ｊ，ｋ）　ｋ時間帯までの累積需要台数．
Ｐ（ｊ，ｋ）　ｋ時間帯に新たに到着する車の台数．
Ｘ（ｊ，ｋ）　ｋ時間帯までの累積ランプ流入台数．
ｘ（ｊ，ｋ）　ｋ時間帯のランプ流入台数．制御変数となる．

ＰとＱ，Ｘとｘには，次式の関係が成り立つ．

$$Q(j,k+1)=Q(j,k)+P(j,k+1)$$
$$X(j,k+1)=X(j,k)+x(j,k+1)$$

（１）目的関数

本研究では，総旅行時間，並びに，流入時の総待ち時間を最小化する目的関数を考察した．

まず，総旅行時間最小化については，表１，表２より，あるＯＮランプ(j)について，それぞれのＯＦＦランプ(r)との，

$$(\text{ＯＤ間所要時間})_{jr}\times(\text{ランプ間ＯＤ確率})_{jr}$$

を求め，それをたし合わせたものを b_j とすれば，b_j は，ＯＮランプ（ｊ）から流入する車の予想旅行時間平均値である．ゆえに，これを使えば，総旅行時間最小化の目的関数は，

$$\text{Min.}\ :\ f_1=\sum_{j=1}^{n} b_j x_j \qquad ①$$

で表される．

次に，流入時の総待ち時間最小化については，下の図２を参照して頂きたい．

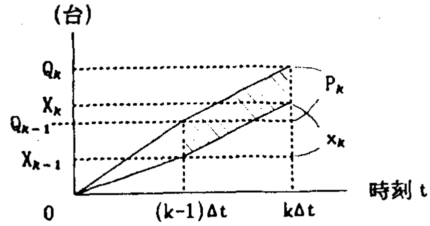

図２

後述する制約条件によって，累積流入台数Ｘが累積需要台数Ｑ以下となるようにしておけば，１制御時間帯内の総待ち時間は，図２の斜線部分の面積で表される．これを $Q_w(k)$ とおくと，

$$Q_W(k)=\frac{\Delta t}{2}\{(Q_k-X_k)+(Q_{k-1}-X_{k-1})\}$$

$X_k=X_{k-1}+x_k$ より，この式は，

$$Q_W(k)=\frac{\Delta t}{2}(Q_k+Q_{k-1}-2X_{k-1})-\frac{\Delta t}{2}x_k$$

と，制御変数 x_k の線形式で表される．ここで，Q_k，Q_{k-1}，X_{k-1} は，k時間帯内では全て x_k に無関係な定数と考えられるので，結局総待ち時間最小化の目的関数は，

$$\text{Min.}:\ f_2=-\frac{\Delta t}{2}\sum_{j=1}^{n}x_j \quad \text{——— ②}$$

となる．ゆえに，本研究で提案する目的関数は，①式，②式より，

$$\text{Min.}:\ f=\sum_{j=1}^{n}b_j x_j-\frac{\Delta t}{2}\sum_{j=1}^{n}x_j$$

である．例題の場合，

$f=16.1x_1+13.3x_2+7.5x_3+3.5x_4$ となる．

（2）制約条件

（ア）交通容量について

本研究では，時間軸に沿った交通量の変化を忠実に表現するモデルを考察する．

ここからは例題の場合を使って説明することにする．かりに，第k番目の制御時間帯に，ONランプ1〜4からそれぞれ x_1〜x_4 の交通量を流入させようとすれば，その後の x_1〜x_4 の流れは，右上の図表で示されるように追跡できるものとし，流入後15分で，すべて本線上から流出するものとする．ここで，この3つの行列計算式のうち，（イ）式で計算された被制約値H (i , k)が，流入制御時の制約条件に関わるものである．そして残りの（ロ）式，（ハ）式によって計算された第一次，第二次残留交通量は，それ以降の流入制御時において，制約条件の上限値 C (i , k) に影響を及ぼすことになる．つまり，C (i, k) は，

$$
\begin{aligned}
C(i,k)&=(\text{最大交通容量 } C(i,0))\\
&\quad-(\text{残留交通量})\\
&=C(i,0)-\{G(i,k-1)+G(i,k-2)\}
\end{aligned}
$$

と表せる．ここで，G (i , k -1)とは，制御時間帯（k－1）に流入した交通量のうち，制御時間帯kの区間iに残留している交通量と言う意味である．ゆえに，制約条件式は，

$0\leqq H(i,k)\leqq C(i,k)$　となる．

図表

制御時間帯 k （流入後 Δt 分間）

影響係数行列 A_1　　被制約値 H (i , k)

$$
\begin{array}{cc}
 & 1\\
\text{区} & 2\\
\text{間} & 3\\
(i) & 4\\
 & 5\\
 & 6
\end{array}
\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0\\
1 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0.9 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1\\
0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
x_1\\ x_1+x_2\\ 0.9x_2\\ x_3\\ x_4\\ 0
\end{pmatrix}
\text{——（イ）}
$$

制御時間帯 k＋1 （流入後 Δt分→ 2Δt分）

影響係数行列 A_2　　第一次残留交通量 $G_{k+1}(i,k)$

$$
\begin{array}{cc}
 & 1\\
\text{区} & 2\\
\text{間} & 3\\
(i) & 4\\
 & 5\\
 & 6
\end{array}
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0\\
0.8 & 0 & 0 & 0\\
0.8 & 0.9 & 0 & 0\\
0 & 0.9 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0.5
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
0\\ 0\\ 0.8x_1\\ 0.8x_1+0.9x_2\\ 0.9x_2+x_3\\ 0.5x_4
\end{pmatrix}
\text{（ロ）}
$$

制御時間帯 k＋2 （流入後 2Δt分→ 3Δt分）

影響係数行列 A_3　　第二次残留交通量 $G_{k+2}(i,k)$

$$
\begin{array}{cc}
 & 1\\
\text{区} & 2\\
\text{間} & 3\\
(i) & 4\\
 & 5\\
 & 6
\end{array}
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0\\
0.8 & 0 & 0 & 0\\
0.6 & 0.5 & 0.5 & 0
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0.8x_1\\ 0.6x_1+0.5(x_2+x_3)
\end{pmatrix}
\text{——（ハ）}
$$

例題の場合，たとえば区間5においては，

$H(i,k)=H(5,k)=x_4$

$C(5,k)=C(5,0)-(0.9x_2+x_3)_{k-1}-(0.8x_1)_{k-2}$

（イ）待ち時間について

流入待ち時の制約条件については，待ち行列長に，上限を設ける形で定義する．すなわち，その上限値を，W (j) とおくと，

$0\leqq Q(j,k)-X(j,k)\leqq W(j)$

これを整理して，

$Q(j,k)-W(j)\leqq X(j,k)\leqq Q(j,k)$

$X(j,k)=X(j,k-1)+x(j,k)$ より，

$\therefore Q(j,k)-W(j)-X(j,k-1)\leqq x(j,k)\leqq Q(j,k)-X(j,k-1)$

3．結果並びに今後の課題

例題の具体的な制御結果は紙面の都合で，当日発表の予定である．そこで，最後に大まかな結果，並びに問題点について簡単に触れておく．

・本線上の走行速度を不変としたため短いOD交通を比較的多く含むONランプが優先されてしまう．

・残留交通量のみで，最大交通容量を超えてしまう場合の解決手法を検討中である．

・最終的な目標は，入り口ブースの開閉パターンの作成である．