内湾域の物質輸送と分散係数に関する一考察

豊橋技術科学大学　正員 ○ 和田　清
豊橋技術科学大学　正員　四倉　信弘

1．はじめに： 内湾における海水交換の定量化については，交換率や滞留時間などの概念を導入して様々な議論がされている[1]．しかしながら，結局のところは Taylor が提案した「物質分散」の概念を導入し，分散係数を用いて海域の物質輸送を定量化することが多い．現地海域における物質輸送現象はほとんどが過渡的なものであり，定常状態でしか使えない手法を非常に過渡的な現地データーにそのまま適用したのでは，高度な拡散予測モデルは確立できない．したがって，現地観測から拡散モデルに適用できる分散係数を求めるには，まずその性質を十分に把握する必要がある．そこで本研究は，内湾域で卓越する潮流場を取り上げ，従来単一の正弦波(平均潮)で置き換えることの多かった潮汐波の条件を，大潮小潮の変化を考慮に入れた半日周潮成分（M_2潮，S_2潮）で表現した２成分合成波形に着目し，その時間波形の特性(振幅比，位相差)が，振動流によって形成される底面境界層(Stokes層)のシアー効果による分散係数にどのような影響を与えるのかを，拡散物質放出直後の初期段階を中心に理論的な評価を行ったものであり，その結果の一部を報告する．

2．物質分散モデル ①移流拡散方程式：対象とする振動流中の物質分散モデルは，一様水深の鉛直２次元断面を考え，潮汐振動流 $u(z;t)$ は x 軸(底面に一致)方向にのみに流れ，拡散物質を移動させるものとする．拡散物質の濃度 $S(x,z;t)$ を支配する移流拡散方程式は以下のようである．

$$\partial S/\partial t+u(z;t)\partial S/\partial x=k_x\,\partial^2 S/\partial x^2+k_z\,\partial^2 S/\partial z^2 \qquad (1)$$

ただし，t：時間，z：底面より上向きを正，k_x，k_z：x，z 方向の渦動拡散係数(一定)である．
濃度 $S(x,z:t)$ についての境界条件および初期条件は，次のように考える．

$$z=0\,(\text{底面}),\ z=h\,(\text{水面});\quad \partial S/\partial t=0,\quad x\to\pm\infty\ ;\ S=0 \qquad (2)$$

$$S(x,z;0)=\ (S_o/h)\ \delta(x) \qquad (3)$$

ここで，S_o：物質の総量，$\delta(x)$：Diracの δ 関数で，式(3)は x＝0 からの瞬間線源を意味している．
②流速分布：振動流速 u は２つの潮汐波成分(M_2+S_2)の和($u_{M2}+u_{S2}$)によって表されるものとし，

$$\zeta(z^*;t^*)=u(z^*;t^*)/U_{M2}=[\sin t^*-\exp(-z^*)\cdot\sin(t^*-z^*)$$
$$+R\ \{\sin(\gamma t^*+\theta)-\exp(-\alpha z^*)\cdot\sin(\gamma t^*-\alpha z^*+\theta)\}\ ] \qquad (4)$$

と考える．ここで，$t^*=\omega_{M2}t$，ω_{M2}：角周波数，$z^*=\beta_{M2}z$，β_{M2}：境界層厚パラメターの逆数，$R=U_{S2}/U_{M2}$，U：流速振幅，$\gamma=T_{M2}/T_{S2}$，T：周期，$\alpha=\gamma^{1/2}$，θ：流速 u_{M2} と u_{S2} の位相差である．
③濃度分布のモーメント：次に，物質分散の挙動を濃度分布の各次数のモーメントから考える．流れが x 方向に一様な場合には，Arisのモーメント法[2]より各次数のモーメントを支配する漸化式から，拡散物質の広がりの程度を表す２次のモーメント M_2 は，以下のような放物型の非斉次熱伝導方程式で表される．

$$\partial M_2/\partial t-k_z\,\partial^2 M_2/\partial z^2\ =\ 2u\cdot M_1+2k_x\cdot M_o \qquad (5)$$

ここで M_o，M_1 は０，１次のモーメントである．式(5)を次のような境界条件および初期条件，

$$\text{水面}(z=h),\ \text{底面}(z=0):\ \partial M_2/\partial z=0\ ,\quad t=0:\ M_2=0 \qquad (6)$$

のもとで解くと，M_2 は形式的に次のように表される[2]．

$$M_2(z^*;t^*)=\frac{S_o}{h}\Big[2\frac{k_x}{\omega_{M2}}t^*+\frac{U_{M2}{}^2}{(\omega_{M2})^2}\sum_{n=0}^{\infty}\Big[\varepsilon_n e^{-K_n t^*}\cos\frac{n\pi}{h^*}z^*$$
$$\cdot\int_0^{h^*}\int_0^{t^*}\{2\zeta M_1 e^{-K_n\tau^*}\cos\frac{n\pi}{h^*}\xi^*\}\,d\tau^*d\xi^*\Big] \qquad (7)$$

ここで，$\varepsilon_n=\{1(n=0),2(n\neq 0)\}$，$K_n=0.5(n\pi/h^*)^2\cdot(k_z/N_z)$，$h^*=\beta_{M2}h$，$N_z$：渦動粘性係数(一定)である．式(7)の右辺[ ]内の第１項は水平拡散によるもの，第２項は鉛直拡散と流れの鉛直シア

一の相互作用であるシアー効果を表している．さらに，各層における重心回りのモーメントとして，規格化した中心モーメントから，各層における統計的分散値$\sigma_x{}^2(z;t)$と分散係数$D(z;t)$を求めると，

$$\sigma_x{}^2(z;t)=(M_2/M_0)-(M_1/M_0)^2 \quad (8) \qquad D(z;t)=(1/2)\,d\,\sigma_x{}^2(z;t)/dt \quad (9)$$

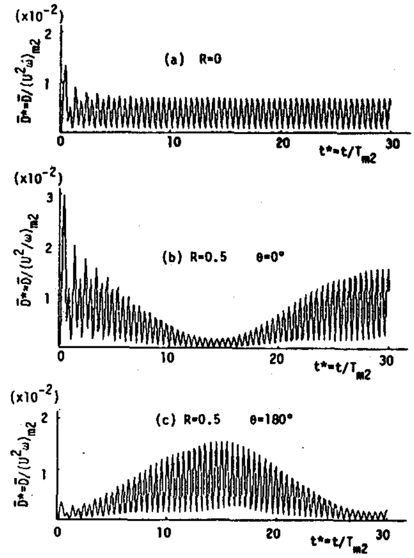
と表される．以下では，式(7)の右辺第２項による分散係数$D(z;t)$の鉛直平均値$\bar{D}(t)$について考察する．

３．結果および考察： 式(7)からわかるように，拡散物質放出直後の初期段階では，分散係数の時間変化はh^*(水深と境界層厚の比)とk_z/N_z（：C_r,Schmit数の逆数)の値に依存するが，有限領域の物質分散の解析によく用いられる拡散代表時間T_c（$\fallingdotseq h^2/k_z$)と潮汐周期Tの比との対応を示すと以下のようである．

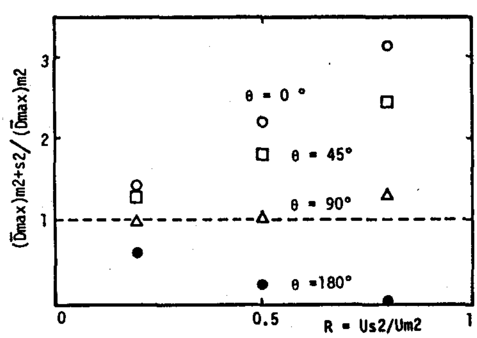
$$T_r=T_c/T=(h^*)^2/(\pi C_r) \qquad (10)$$

図－１は，$h^*=10$，$C_r=1$の場合($T_r=31.8$）における鉛直平均分散係数の時間変化を無次元化して表したもので，同図(ａ)は単一の正弦波成分,(ｂ)［位相差０］,(ｃ)［位相差π］は振幅比Rが 0.5の場合を示している．まず同図(ａ)から，初期の１周期間内に分散係数の最大値が現れ，その後時間の経過とともに倍振動周期変動が卓越して周期的に安定した状態となっている．その安定した分散係数に達する時間は，従来，拡散物質が上下（断面内）によく混合された時間（拡散代表時間の半分程度）と言われているが，実際にはそれよりも早い時間(５周期程度)で安定化するようである．さらに，他の計算結果から，底面境界層による分散係数の鉛直平均値は周期的に安定な状態では，h^* に反比例する傾向にある．このことから，鉛直方向に積分した分散係数は，h^* の値に関わらず同じ値を示すことが推察される．つまり，振動流による物質輸送量を鉛直方向に積分すると，水深に関わらず同じ値になると言える．

一方，２成分合成波については，振動流の時間変化に応じて，鉛直平均分散係数も大潮で大きく小潮で小さく変動する．また大潮時に投入した場合(ｂ)には，最初の１周期目に現れる分散係数の最大値は，(ａ)の場合の２倍程度に達するが，小潮時の場合(ｃ)では，1/4 程度にしか過ぎない．この初期の分散係数の最大値に着目して，単一の正弦波の場合との比を流速振幅比Rと位相差θの関係で示したものが図－２である．同図から，Rの増加とともに単一波成分との差は増大するが，その増減傾向はθに強く依存している．このように，内湾での分散係数を求める際に，従来大潮と小潮の平均潮に対して計算されることが多いが，特に分散係数が安定化する初期段階では，その潮時(振幅比と位相差)が重要であることを示唆している．



図－１　鉛直平均分散係数の時間変化



図－２　分散係数比と振幅比・位相差

４．おわりに： 以上，２成分合成波の流動場における鉛直平均した分散係数の挙動について，初期段階を中心に時間波形の振幅比や位相差との関係で述べた．拡散現象を解析的に取り扱ったために渦動粘性係数や渦動拡散係数を一定とするなど，いくつかの簡略化を行っている．今後，数値計算によってそれらの妥当性を検討する所存である．

【参考文献】　1)安田秀一：中工試報告,No.25,1985.　2)安田秀一：中工試報告,No.20,1983.