

部分重複波の碎波限界に関する一考察

名古屋大学工学部 正会員 岩田 好一朗

名古屋大学大学院 学生員〇富田 孝史

1. はじめに：規則進行波や完全重複波の碎波に関しては，従来の研究によって幾つかの碎波機構が提案されており，碎波限界も実験データなどに基づいてかなり明らかにされている．しかし，透過性構造物の前面の波は，反射率が1以下の部分重複波になっている．部分重複波の碎波に関しては，実験データに基づいた岩田・清野¹⁾の碎波限界式がある程度で，碎波機構についてはほとんど解明されていない．また，規則進行波から完全重複波までの波を対象としうる部分重複波の碎波機構や碎波限界を明らかにすることは，碎波の本質を把握するために重要なことである．そこで今回は，部分重複波の3次近似解を求め，それを基に部分重複波の碎波限界を解析的に検討したのでその一部を報告する．

2. 部分重複波の3次近似解：一様水深域で2次元非回転運動をする非粘性流体を対象にすると，基礎式は，速度ポテンシャルを用いた連続式と圧力方程式になる．また，境界条件は二つの自由表面条件と底面条件である．さて，速度ポテンシャル ϕ ，水位変動 η および圧力 p を， x ， z を平均水位上の直角座標系で，平均水深 h ，ベルヌイ定数 R ，重力加速度 g ，流体密度 ρ ，時間 t として，摂動法によって解くと，

$$k^2 \phi / \sigma_0 = \varepsilon A_1 \cosh ks (\sin \theta_1 + \lambda \sin \theta_R) + \varepsilon^2 A_2 \cosh 2ks (\sin 2\theta_1 + \lambda^2 \sin 2\theta_R) + \varepsilon^2 A_{11} \lambda \sin(\theta_1 + \theta_R) \\ + \varepsilon^3 A_3 \cosh 3ks (\sin 3\theta_1 + \lambda^3 \sin 3\theta_R) + \varepsilon^3 A_{21a} \cosh ks \{ \lambda \sin(2\theta_1 + \theta_R) + \lambda^2 \sin(2\theta_R + \theta_1) \} \\ + \varepsilon^3 A_{21b} \cosh 3ks \{ \lambda \sin(2\theta_1 - \theta_R) + \lambda^2 \sin(2\theta_R - \theta_1) \} \quad (1)$$

$$k \eta = \varepsilon (\cos \theta_1 + \lambda \cos \theta_R) + \varepsilon^2 B_2 (\cos 2\theta_1 + \lambda^2 \cos 2\theta_R) + \varepsilon^2 B_{11} \lambda \cos(\theta_1 - \theta_R) \\ + \varepsilon^3 B_{3a} (\cos 3\theta_1 + \lambda^3 \cos 3\theta_R) + \varepsilon^3 B_{3b} (\cos 3\theta_1 + \lambda^2 \cos 3\theta_R) + \varepsilon^3 B_{21a} \{ \lambda \cos(2\theta_1 + \theta_R) + \lambda^2 \cos(2\theta_R + \theta_1) \} \\ + \varepsilon^3 B_{21b} \{ \lambda \cos(2\theta_1 - \theta_R) + \lambda^2 \cos(2\theta_R - \theta_1) \} + \varepsilon^3 B_{21c} \{ \lambda \cos \theta_R + \lambda^2 \cos \theta_1 \} \quad (2)$$

$$kp / \rho g = -kz + \varepsilon Q_1 \cosh ks (\cos \theta_1 + \lambda \cos \theta_R) + \varepsilon^2 Q_{2a} \cosh 2ks (\cos 2\theta_1 + \lambda^2 \cos 2\theta_R) \\ + \varepsilon^2 Q_{2b} \{ \cosh 2ks + \cos 2\theta_1 \} + \lambda^2 \{ \cosh 2ks + \cos 2\theta_R \} + \varepsilon^2 Q_{2c} (1 + \lambda^2) + \varepsilon^2 Q_{11a} \lambda \cos(\theta_1 + \theta_R) \\ + \varepsilon^2 Q_{11b} \lambda \{ \cos(\theta_1 - \theta_R) + \cosh 2ks \cos(\theta_1 + \theta_R) \} + \varepsilon^3 Q_{3a} \cosh 3ks (\cos 3\theta_1 + \lambda^3 \cos 3\theta_R) \\ + \varepsilon^3 Q_{3b} \cosh ks (\cos \theta_1 + \lambda^3 \cos \theta_R) + \varepsilon^3 Q_{3c} \{ \cosh 3ks \cos \theta_1 + \cosh ks \cos 3\theta_1 \} \\ + \lambda^3 \{ \cosh 3ks \cos \theta_R + \cosh ks \cos 3\theta_R \} + \varepsilon^3 Q_{21a} \cosh ks \{ \lambda \cos(2\theta_1 + \theta_R) + \lambda^2 \cos(2\theta_R + \theta_1) \} \\ + \varepsilon^3 Q_{21b} \cosh 3ks \{ \lambda \cos(2\theta_1 - \theta_R) + \lambda^2 \cos(2\theta_R - \theta_1) \} + \varepsilon^3 Q_{21c} \cosh ks \{ \lambda \cos \theta_R + \lambda^2 \cos \theta_1 \} \\ + \varepsilon^3 Q_{21d} \{ \lambda \{ \cosh ks \cos(2\theta_1 - \theta_R) + \cosh 3ks \cos(2\theta_1 + \theta_R) \} \\ + \lambda^2 \{ \cosh ks \cos(2\theta_R - \theta_1) + \cosh 3ks \cos(2\theta_R + \theta_1) \} \} \quad (3)$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 [1 + \varepsilon^2 C_1 + \varepsilon^2 \lambda^2 C_2], \quad \sigma_R = \sigma_0 [1 + \varepsilon^2 \lambda^2 C_1 + \varepsilon^2 C_2], \quad \sigma_0 = gk \tanh kh \quad (4)$$

$$kR/g = \varepsilon^2 R_2 (1 + \lambda^2) \quad (5)$$

のように解が求められる．ここに， ε は1次の入射波の波形勾配に比例する微小量， λ は1次の入射波高に対する反射波高の比で定義される反射率であり， θ_1 ， θ_R はそれぞれ入射波，反射波の位相角すなわち $(kx - \sigma_1 t)$ ， $(-kx - \sigma_R t)$ ， σ_1 ， σ_R はそれぞれ入射波，反射波の角周波数である．なお，入射波と反射波の波数は k に固定してある．また， $s = h + z$ であり，各係数は，

$$A_1 = \frac{1}{\sinh kh}, \quad A_2 = \frac{3(c^4 - 1)}{8 \cosh 2kh}, \quad A_3 = \frac{(c^2 + 3)(9c^6 - 22c^3 + 13c)}{64 \cosh 3kh}, \quad A_{11} = -\frac{c^2 + 3}{4}, \quad A_{21a} = -\frac{9c^5 + 62c^3 - 31c}{64 \cosh kh}, \\ A_{21b} = \frac{(1 + 3c^{-2})(3c^5 - 5c + 2c^{-1})}{64 \cosh 3kh}, \quad B_2 = \frac{3c^3 - c}{4}, \quad B_{3a} = \frac{3c^4 + 8c^2 - 9}{16}, \quad B_{3b} = \frac{3(9c^6 - 3c^4 + 3c^2 - 1)}{64}, \quad B_{11} = \frac{c + c^{-1}}{2}, \\ B_{21a} = -\frac{3c^4 + 18c^2 - 5}{64}, \quad B_{21b} = \frac{3(9c^4 + 27c^2 - 15 + c^{-2} + 2c^{-4})}{64}, \quad B_{21c} = -\frac{c^2 - 2 - c^{-2}}{8}, \quad Q_1 = \frac{1}{\cosh kh},$$

$$Q_{2a} = \frac{3(c^3 - c^{-1})}{4 \cosh 2kh}, Q_{2b} = -\frac{c}{4 \cosh^2 kh}, Q_{2c} = \frac{c - c^{-1}}{4}, Q_{3a} = \frac{3(c^2 + 3)(9c^4 - 22c^2 + 13)}{64 \cosh 3kh}, Q_{3b} = \frac{9c^4 - 10c^2 + 9}{16 \cosh kh},$$

$$Q_{3c} = -\frac{3(c^4 - 1)}{8 \cosh kh \cosh 2kh}, Q_{11a} = -\frac{c + 3c^{-1}}{2}, Q_{11b} = \frac{c}{2 \cosh^2 kh}, Q_{21a} = -\frac{3(9c^4 + 62c^2 - 31)}{64 \cosh kh},$$

$$Q_{21b} = \frac{(1 + 3c^{-2})(3c^4 - 5 + 2c^{-2})}{64 \cosh 3kh}, Q_{21c} = -\frac{c^2 + 6 + c^{-2}}{8 \cosh kh}, Q_{21d} = -Q_{3c}, C_1 = \frac{9c^4 - 10c^2 + 9}{16}, C_2 = -\frac{c^2 + 6 + c^{-2}}{8}, R_2 = \frac{c - c^{-1}}{4}$$

である。ここに、 $c = \coth kh$ である。上式をGodá・Abe²⁾により導かれた部分重複波の ϕ, η と比較してみると、彼らが ϕ や η を導くときに用いた近似、 $k_R \approx k_I \approx -k_R$ に従えば、両者は一致する。なお、 k_R は高次の周波数変調を波数に変換したときの波数の1次近似値であり、 k_I, k_R はそれぞれ入射波、反射波の波数である。

3. 部分重複波の碎波限界：部分重複波の碎波機構は明らかにされていないので、本論では波峰で鉛直方向の圧力勾配が0、すなわち $\partial p / \partial z = 0$ になったときに波が碎けるとした。この条件は、波峰において水粒子が自由に飛び出し、気泡を取り込み易くなる限界を示したものであり、深海波の波峰において、(水平方向の水粒子速度)=(波速)とした規則進行波の碎波条件あるいは(鉛直方向の加速度) $= -g$ とした完全重複波の碎波条件と同時生起の条件である^{3), 4)}。本論では碎波機構を把握する目的から、上式において $c=1$ とした深海波を対象にしている。この条件を用いて式(3)から求めた碎波限界を示したのが図-1である。図中の1st, 2nd, 3rdの曲線はそれぞれ1次、2次、3次近似までの p および η の表示式を用いて計算したものである。また、縦軸は波形勾配、横軸は反射率である。同図を見ると、2nd, 3rdの限界値は2本の曲線から構成されているのがわかる。これは、反射率 λ が2次近似では約0.32, 3次近似では約0.44以上のときには圧力勾配が0になる波形勾配が存在するのに対して、反射率がそれら以下になると圧力勾配が0になる波形勾配が存在しなくなるため、圧力勾配が最大となるときの値で限界波形勾配を定義したためである。図-1が得られたときの水面の圧力勾配の値を図-2に示す。反射率 λ が0(規則進行波)に近づくにつれて水面の圧力勾配が0にならなくなる原因には、計算の次数不足があげられる。したがって、規則進行波に近い波を対象とする場合には計算次数を上げる必要があるといえる。逆に、 $\lambda=1$ の完全重複波の状態では限界波形勾配は0.201となり、Penny・Price³⁾の値0.218にほぼ等しく、3次近似までの計算でもほぼ良い結果が得られる。

4. おわりに：本論では部分重複波における速度ポテンシャル ϕ 、水位変動 η および圧力 p の3次近似解を示した。また、碎波条件として波峰で $\partial p / \partial z = 0$ という力学的な条件を設定して碎波限界を求めた。しかし、計算の次数不足のために、反射率が小さくなり規則進行波に近い部分重複波の場合には、この条件を満足する波形勾配が存在しないことがわかった。したがって、そのような場合には計算次数をさらにふやす必要があることが指摘できる。今後、更に検討を加えていく所存である。

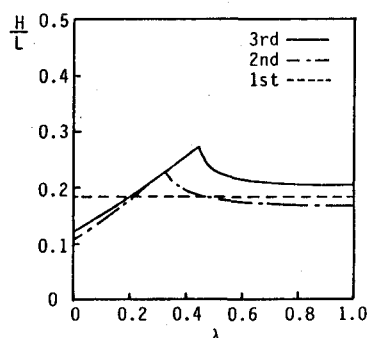


図-1 限界波形勾配と反射率の関係

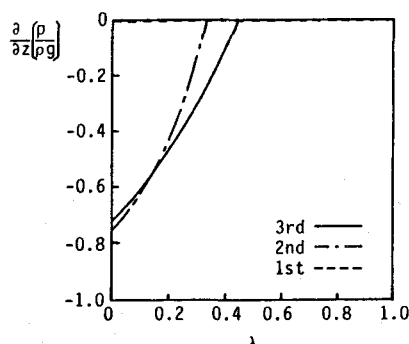


図-2 図-1における水面の圧力勾配

〈参考文献〉 1)岩田・清野：第30回海講，1983。 2)Godá・Abe：Rept.P.H.R.I., 1968。 3)Penny・Price：Phil. Trans.R.Soc.London, A244, 1952。 4)田淵・滝川：第34回海講，1987。