

柔軟な植生と流れの相互作用について

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎

金沢大学工学部 ○松本 由之

1. まえがき

流れの中にある植生の抵抗特性の検討にあたっては円柱群モデルが頻繁に採用されるが、葦など柔軟な植生の場合それらが剛でないため振動したりそれが流れとの相互作用により組織的に揺動する場合（穂波的挙動）があり、こうした条件では流水抵抗特性も円柱群（剛な直立性植生）とは異なることが予想される。本研究は、組織的揺動が植生の变形とその上の流れの不安定性によると考え、その発生条件を検討するものである。ここでは、高さの揃った柔軟な植生上の2次元等流を考え、植生の变形の不安定性について議論する。

2. 解析

植生が柔軟なために生じる变形を簡単のため図1のようにモデル化する（植生の状態を回転角 θ で表現する。すなわち、植生の頂部近傍流速の平均値 U に応じて図1の（a）のように変形している（回転角 θ_0 で表現）植生が、流速変動により図の（b）のように揺動する（ $\theta = \theta_0 + \theta'$ 、 θ' / θ_0 は微小量とし、以下の解析の線形近似を確保する）とする。このような変形が組織的に生じる（ θ が θ_0 まわりに振幅 $a\theta_0$ で正弦波状に変化している）と、植生頂部の包絡線形状（植生と表面流との界面形状）は次式で表される（図2）。

$$y = b \sin(\kappa x - \omega t) \quad (1)$$

ここに、 ω ：揺動の角周波数、 κ ：角波数である。

さて、植生に組織的揺動が出現するのはこの界面形状が不安定になるときで、その条件を線形解析で求めることで組織的揺動の形成条件を知る。すなわち、微小変形した界面（ $y(x, t)$ ）の上の流れで決定される植生に働く抗力の変化を知ると、植生の柔軟さ（剛性）に応じた変形速度（ $d\theta/dt$ ）が求められ、すなわち dy/dt が求められる。線形近似下ではあらゆる量の揺動が $y(x, t)$ と同じ周波数・波数をもつ正弦波で表されるから、形式的に dy/dt は次のように書ける。

$$dy/dt = r_{y,t} b \sin(\kappa x - \omega t - \phi_{y,t}) \quad (2)$$

ここに、 $r_{y,t}b$ は dy/dt の振幅、 $\phi_{y,t}$ は dy/dt の $y(x, t)$ に対する位相差で、これらは植生上の流れモデル、植生の变形に関する式から求められるものである。式（1）の直接時間微分と式（2）が恒等的に等しいことから次の関係が求められる。

$$\dot{a}/a = r_{y,t} \cos \phi_{y,t} \quad ; \quad \omega = r_{y,t} \sin \phi_{y,t} \quad (3)$$

式（3）の1式は、揺動振幅の増幅率でこれが（ $\cos \phi_{y,t}$ が正）になる条件で界面が不安定に、すなわち組織的揺動が現れる。また第2式は変動周波数に関する条件を表す。

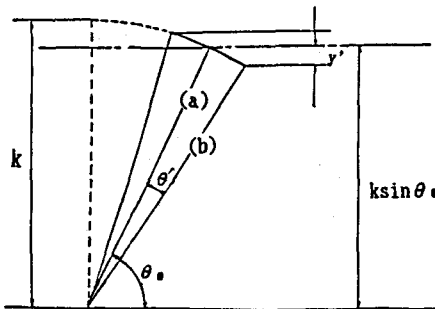


図1 1 植生による変形のモデル化

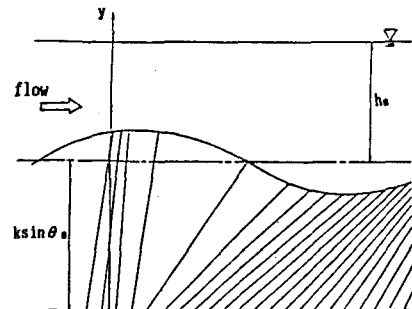


図2 組織的揺動による植生頂部の包絡線形状

植生頂部の流れに対しならかのモデルを適用すると、線形近似下では、植生頂部流速 (U) 及び植生にかかる力 (F) の摂動分に対して次のような表現ができる。

$$\psi_u = u'/u_0 = r_u b \sin(\kappa x - \omega t - \phi_u) \quad ; \quad \psi_F = F'/F_0 = 2r_u b \sin(\kappa x - \omega t - \phi_u) \quad (4)$$

ここに添字0は非擾乱値、'は摂動分を表し、 $r_u b$ 、 ϕ_u は、流れに関する摂動振幅と位相差を表す。

いま植生の変形が次のような式で表されるとする。

$$m\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = F(t) \quad (5)$$

ここに、 m 、 k 、 c はここで考えた1自由度力学モデルの質量、バネ定数、減衰定数である。このとき、植生に力 F がある瞬間 ($t=0$) から作用したときの変形量 $\theta(t)$ は緩和過程を呈し、 F の変動に対する $d\theta/dt$ のインパルス応答 $g_R(t)$ はそれの t についての2回微分として求められる。(図3参照)

$$g_R = \begin{cases} [1/(1-\xi^2)^{1/2}][\exp(-\xi t.)][(1-\xi^2)^{1/2}\cos(1-\xi^2)^{1/2}t. - \xi \sin(1-\xi^2)^{1/2}t.] \\ \exp(-t.) (1-t.) \\ [1/(\xi^2-1)^{1/2}][\exp(-\xi t.)][(\xi^2-1)^{1/2}\cosh(\xi^2-1)^{1/2}t. - \xi \sinh(\xi^2-1)^{1/2}t.] \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 $\xi = c(m/k)^{1/2}(2m)$ 、 $t. = \omega_0 t$ である。以下、右辺が3式から成るとき、上より、 $\xi < 1.0$ 、 $\xi = 1.0$ 、 $\xi > 1.0$ に対する表記とする。このインパルス応答を用いて式(4)第2式で表される作用力 F の変動に対する dy/dt は、畳み込み積分、

$$dy/dt = \int \psi_F(t-\tau)g_R(\tau)d\tau \quad (7)$$

この計算で与えられる植生界面の振幅増幅率(式(3)第1式)は次のようである。

$$\dot{a}/a = \begin{cases} [-r_u\{4\xi\omega.^2\cos\phi_u - 2\omega.(1-\omega.^2)\sin\phi_u\}]/[(\omega.^2+1)^2-4\omega.^2(1-\xi^2)] \\ [-2r_u\{(1-\cos(2\arctan\omega.))\cos\phi_u - (\sin(2\arctan\omega.)-\omega.)\sin\phi_u\}]/[1+\omega.] \\ [-r_u\{4\xi\omega.^2\cos\phi_u + 2\omega.(\omega.^2-1)\sin\phi_u\}]/[(\omega.^2-1)^2+4\xi^2\omega.^2] \end{cases} \quad (8)$$

ここで、 $\omega. = \omega/\omega_0$ である。

3. 解析結果の考察

簡単のため、 ϕ_u が0か π (流速変動が界面の変動と同位相か逆位相)のどちらかであるとする、 $\sin\phi_u=0$ であり、このとき、式(8)より、 $(\dot{a}/a)/(r_u\cos\phi_u)$ を計算し、 $\omega.$ に対して描いたものが、図4で、 $\omega.$ 、 ξ によらず負となる。すなわち、 ϕ_u が界面と逆位相のとき、組織的揺動が出現することになる。

植生が充分密で、界面が固定波面とすると、それが出現する条件は、ポテンシャル流理論を適用すると、

$$(\tanh \kappa h_0 / \kappa h_0)^{1/2} < Fr < (1/\kappa h_0 \tanh \kappa h_0)$$

となる。但し $Fr = U_0/(gh_0)^{1/2}$ 、 h_0 は非擾乱水深である。これは組織的揺動が射流に限られることを意味する。

一方、植生が疎であれば、植生頂部流速は常に、 $\phi_u = \pi$ となって、組織的揺動が出現する可能性がある。

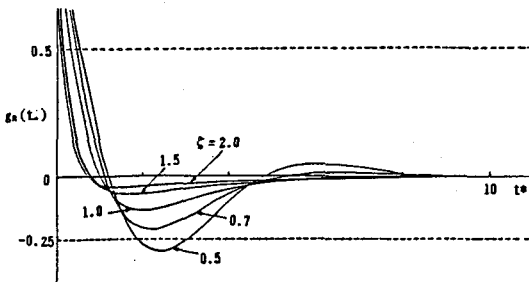


図3 インパルス応答 $g_R(t.)$ の挙動

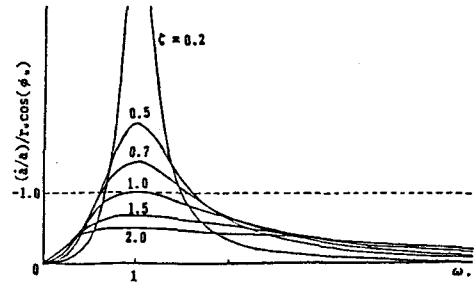


図4 $(\dot{a}/a)/r_u \cos(\phi_u)$ と $\omega.$ 、 ξ との関係

4. あとがき

今後、流れモデルの改良と、組織的揺動の卓越周期・波長を導くこと、これらの実験的検証を行うとともに、組織的揺動が、抵抗の変化に与える影響の検討を行っていく予定である。