

非平衡浮遊砂濃度分布の簡易計算法

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎
 金沢大学大学院 学生員 ○斎藤 彰
 金沢大学工学部 新田 和輝

1. まえがき

近年流砂過程について非平衡の特性を充分考慮した取扱いが重要視されるようになってきている¹⁾。掃流砂については中川らのモデルが非平衡特性をうまく取り込んでおり、様々な移動床現象に適用されている。一方、浮遊砂については掃流モデルのstep lengthを浮遊砂のexcursion lengthに置き換えたモデルが提案されてはいるが、浮遊砂では流砂量のみならず濃度分布の形も平衡状態の良く知られた形からずれるので、これを適切に表すモデルも必要となる。本研究では、辻本らが推奨するインパルス応答を用いた畳み込み積分型緩和過程モデル¹⁾を、浮遊砂濃度分布に応用する。

2. 2次元緩和過程モデルとその非平衡浮遊砂濃度分布への応用

著者らはインパルス応答を用いた畳み込み積分モデルを2次元に拡張し、底面せん断応力が変化する場でのReynolds応力分布の緩和過程の簡易かつ適切な記述について検討した²⁾。その結果、次式が提案された。

$$\tau(\eta, \xi) = \int_0^\xi \tau_0(\xi - \delta, \eta) g_R(\delta | \eta) d\eta \quad (1)$$

ここに、 ξ はh(Reynolds 応力がゼロになる高さで、開水路では水深を表す)で無次元化された流下方向距離、 η は相対高さ($\eta = y/h$)であり、 $\tau(\xi, \eta)$ は ξ の位置におけるReynolds応力の η 方向分布で、添字eは平衡状態を表す。平衡状態でのReynolds応力は三角形分布をする。また、 $g_R(\delta | \eta)$ はインパルス応答で、風洞でのJacobsの詳細な実験結果から次のように同定された。

$$g_R(\delta | \eta) = [1/\Lambda(\eta)] \exp[-\delta/\Lambda(\eta)] ; \Lambda(\eta) = 20\eta(1+1.5\eta^3) \quad (2)$$

ここで、 Λ は各相対高さ($\eta = y/h$)での緩和距離(hで無次元化してある)で、上記の第2式のように η の関数となっている。最近行われた開水路粗度急変流れ(京都大学)や、開水路加速流(ローザンヌ工科大学)の詳細な計測結果を検討することから、さらに開水路減速流についての実験的適検討を追加して、上記のように同定されたReynolds応力分布緩和のインパルス応答は開水路流れについても何ら変更することなく適用できることが確認された²⁾。

ところで、Reynolds 応力は乱れによる運動量フラックス($-\rho \overline{u'v'}$)を表し上記はこのフラックスの緩和過程を表す。乱れによる運動量フラックスと浮遊砂のフラックス($-\overline{c'v'}$)の輸送形態の相似性を考慮すると、それは浮遊砂フラックスの緩和過程にもそのまま適用されることが期待される。そこで、浮遊砂の拡散係数($\epsilon_s = \beta \epsilon_n$, ϵ_n : 渦動粘性係数)を導入すると、浮遊砂フラックスは次の様に書ける。

$$-\overline{c'v'} = -\epsilon_s (dc/dy) \quad (3)$$

ここで、 $\Psi = -\overline{c'v'}/\epsilon_s$ (上式よりこれは $-dc/dy$ を表す)とおくと、 Ψ の緩和過程は式(1)の τ を Ψ に置き換えて次の様に書ける。インパルス応答としては式(2)がそのまま使える。

$$\Psi(\xi, \eta) = \int_0^\xi \Psi e(\xi - \delta, \eta) g_R(\delta | \eta) d\eta \quad (4)$$

平衡状態では乱れによる浮遊砂フラックスは沈降フラックス(C_{w0} , w_0 : 砂の沈降速度)とバランスすることから次のような浮遊砂濃度分布が求められる(ただし拡散係数が水深方向に一定で次の値をとるものとし、また $\beta=1.0$ とした。 $\epsilon_s = (\kappa/6)u_*h$, u_* : 摩擦速度, κ : カルマン定数)。

$$C_0(\eta)/C_{w0} = \exp(-E\eta) ; E = (6/\kappa)(w_0/u_*) \quad (5)$$

ここに C_{w0} は底面濃度である。このとき平衡状態での Ψ は次のように表される。

$$\Psi_0(\eta) = -dC_0(\eta)/d\eta = (1/E) \exp(-E\eta) \quad (6)$$

式(2),(6)を式(4)に代入して Ψ ($= -dc/dy$)の緩和過程が計算され、この結果を水深方向に積分して、非

平衡状態の浮遊砂濃度分布を計算することができる。

3. 掃流力の急変後の浮遊砂濃度分布の遷移過程

ここでは、緩和過程モデルの簡単な適用例として、摩擦速度が急変する場で、浮遊砂濃度分布が元の（添字0をつける）平衡分布から、新しい条件下（添字1をつける）での平衡状態へどの様に遷移していくかを、上記で提案した緩和モデルで検討する。すなわち (w_0/u_{*0}) が与えられているとき、 (u_{*0}/u_{*1}) をいくつか変えて、緩和過程の濃度分布を検討する。このとき、上述の緩和過程モデルを適用すると、遷移過程での $\Psi(\xi, \eta)$ の変化過程は次のように表される（図1参照）。

$$\Psi(\xi, \eta)/\Psi_{10} = (1/\gamma_\xi) \exp(-E_0 \eta) \exp[-\xi/\Lambda(\eta)] + \gamma_c \exp(-\gamma_\xi E_0 \eta) \{1 - \exp[-\xi/\Lambda(\eta)]\} \quad (7)$$

ただし、 $\gamma_\xi = E_1/E_0$ 、 $\gamma_c = C_{s,1}/C_{s,0}$ である。上式の積分によって非平衡濃度分布が求められるが、これまでのモデルだけでは非平衡状態での底面濃度が未知であるため、計算結果は図2のように $\{[C(\xi, \eta) - C_s]/C_{s,0}\}$ の形式で表示した。すなわち、非平衡状態での底面濃度が推定されれば、非平衡状態の濃度分布形状が記述される。ここでは、黒木らの簡便法では考慮されなかった流下距離による濃度分布形の変化が明示されている。なお、底面濃度の計算について、ここでは簡単のためEinsteinの考え方を適用し、掃流砂濃度と接続させる方法をとった。ただし掃流砂量はスイス公式で、限界掃流力は岩垣式で、また沈降速度はRubeyの式で推定されるものとした。このときの γ_c 及び γ_ξ と (w_0/u_{*0}) の関係は図3に示される。

次に、濃度分布形の adaptation length (L_a) を、表面での $\{[C(\xi, \eta) - C_s]/C_{s,0}\}$ の値と新しい平衡状態でのその値の差が、摩擦速度が変化した後の平衡状態での値の5%に達する距離で評価した。それを水深で無次元化したものを (w_0/u_{*0}) をパラメータにして (u_{*0}/u_{*1}) に対して示したものが図4である。

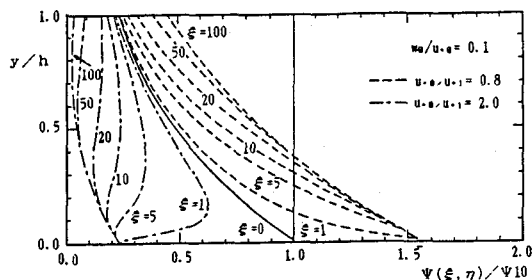


図1 $\Psi(\xi, \eta)$ の緩和過程

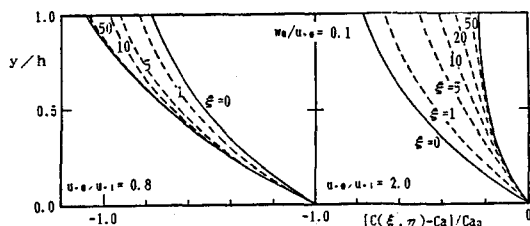


図2 非平衡浮遊砂濃度分布の緩和

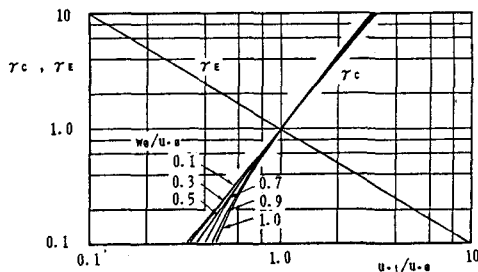


図3 γ_c, γ_ξ と w_0/u_0 の関係

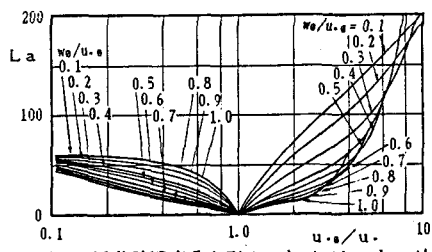


図4 浮遊砂濃度分布形の adaptation length

4. あとがき

開水路における粗度急変流に対するReynolds応力の緩和過程のインパルス応答を用いたモデルが乱れによる浮遊砂フラックスの緩和過程にもそのまま適用されることを指摘し、非平衡浮遊砂濃度分布の特徴と、濃度分布形の非平衡緩和距離 (adaptation length) の計算結果を示した。今後、非平衡状態での底面濃度の推定法と組み合わせて、様々な非平衡場での浮遊砂過程の総合的記述へと進みたい。

- < 参考文献 > 1) 辻本, 森, 岡部, 大本 (1989): 第33回水理講演会論文集
2) 辻本, Cardoso, 斎藤 (1990): 第34回水理講演会論文集