

集中荷重を受ける矩形柱周辺に発生した剥離

名古屋工業大学(院) ○吉川 和夫
名古屋工業大学 長谷部宜男

中部電力(株) 上田 稔
名古屋工業大学 中村卓次

1) まえがき 弾性体に埋め込まれた剛体に、集中荷重が作用している場合の解析を行う。解析には、弾性体 (fig.1のz-planeの斜線部) を、 ζ -planeの単位円外に等角写像する関数と複素応力関数を用いる。混合境界値問題として、剛体が、弾性体から剥離したときの応力解析、剥離先端の特異性を矩形の形状を変化させて考察する。

2) 解法 fig.1に示す物理領域 (z-plane) を単位円外 (ζ -plane) に等角写像する有理型写像関数は、次式のように表される[1]。

$$z = \omega(\zeta) = E_0 \zeta + \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + E_{-1}$$

ここで、 ζ_k, E_k, E_{-1} は、形状によって決まる定数である。また、fig.1に示した Z_0, Z_1 は、剥離先端を表し、単位円上の α, β にそれぞれ対応している。境界線上において、弾性体が、剛体と接合している部分を剛境界 (M)、その他の部分を自由境界 (L) と呼ぶことにする。ここでは、剛境界上の点が、自由境界になった状態を剥離したと考えている。M上、L上の境界条件式は、複素応力関数を用いて、次式のように表される。

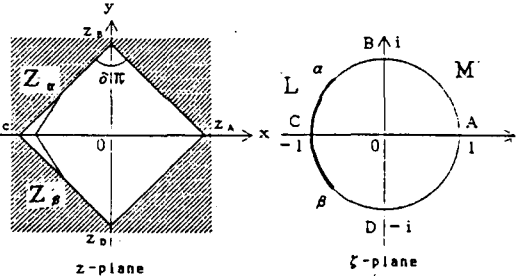


fig.1 物理面と単位円

$$\kappa \phi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\phi'(\zeta)} - \overline{\psi(\zeta)} = 2G(u+iv) \quad \text{on } M$$

$$\phi(\zeta) + \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\phi'(\zeta)} + \overline{\psi(\zeta)} = i \int (p_x + ip_y) ds \quad \text{on } L$$

ここで、 u, v は、 x, y 方向の変位、 p_x, p_y は、 x, y 方向の外力である。 ζ は、単位円上の点である。 κ は、ポアソン比の関数である。

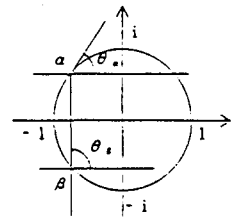
次に、剥離発生後の応力解析を行うために、ブレメリ関数 $\chi(\zeta) = (\zeta - \alpha)^m (\zeta - \beta)^{1-m}$, $m = 0.5 - i\gamma$, $\gamma = \ln \kappa / (2\pi)$ を導入する。この関数は、次式に示す関数を満足する。

$$\chi^+(\zeta) = \chi^-(\zeta) \quad \text{on } M, \quad \chi^+(\zeta) = -\kappa \chi^-(\zeta) \quad \text{on } L$$

ここで、右上の肩符は、 ζ が単位円に外から近づいた $\chi(\zeta)$ の値を+で、内から近づいたそれを-をつけて表している。境界条件として、剛境界上で $p_x = p_y = 0$ 、集中荷重 P が作用している条件より、複素応力関数は、次のように表される。

$$\phi'(\zeta) = \frac{A \chi(\zeta)}{(\zeta - \alpha)(\zeta - \beta)} \left(1 + \frac{\alpha \beta}{\zeta \chi(0)} \right) + \frac{\chi'(\zeta)}{\kappa} \sum_{k=1}^n \frac{(\overline{A_k} + \overline{A} \zeta_k) B_k}{\chi(\zeta_k)(\zeta_k - \zeta)} + \frac{\chi(\zeta)}{\kappa} \sum_{k=1}^n \frac{(\overline{A_k} + \overline{A} \zeta_k) B_k}{\chi(\zeta_k)(\zeta_k - \zeta)^2}$$

ここで、 $A_k = \phi'(\zeta_k)$, $\zeta_k' = \frac{1}{\zeta_k}$, $B_k = \frac{E_k}{\omega'(\zeta_k')}$, $A = \frac{P}{2\pi(1+\kappa)}$ である。

fig.2 ζ -plane

また、剥離先端の特異性は、fig.2 に示すような単位円での角度を用い、さらに無次元化した形で次式のように表される[2]。

$$F_a = \frac{|\alpha_0|}{P} \sqrt{a}$$

$$\alpha_0 = \frac{|\omega'(\alpha)(\alpha - \beta)|^{0.5+i\gamma}}{\omega'(\alpha)(\alpha - \beta)} \cdot g(\alpha) e^{i(1-m)(\theta_\beta - \theta_\alpha)}$$

$g(\alpha)$ は、 $g(\alpha) = \phi'(\xi)(\xi - \alpha)^{1-m}(\xi - \beta)^m$ に $\xi = \alpha$ を代入したものである。

3) 解析結果 ここでは、x軸方向の集中荷重が作用した場合の解析をした。隅角部の角度 $\delta\pi = 90^\circ$ 、 $\kappa = 2$ として、剥離先端の位置を変化させた時の応力分布図をfig. 3,4 に示す。 σ_r は、法線方向応力、 $\sigma_{r\theta}$ は、接線方向せん断力である。分布形は、x軸に対して対称形となるために下半分は省略した。また、 σ_θ, σ_r には、 $\sigma_\theta/\sigma_r = (3-\kappa)/(1+\kappa)$ の関係があるために接線方向応力 σ_θ についても省略する。 $c/a=0$ の時の状態は、剥離発生前の分布に相当する。 $c/a=0.5$ の時、剥離先端での応力は、 $\sigma_r, \sigma_{r\theta}$ ともに無限大に近づいていく。 $c=1.0$ つまり剥離が隅角部まで進んだ状態では、隅角部の応力が無限大に近づく。次に、剥離先端での特異性を $\delta\pi = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ と変化させてfig.5に示した。 F_a は、いずれの場合においても、 $c/a \uparrow 1.0$ に近づくにつれて大きくなる。一旦剥離が発生すると $c/a=1.0$ まで剥離が進行することが判る。また、 c/a が、0から0.5の範囲では、 $\delta\pi = 90^\circ$ の F_a が、この中では大きな値を示している。 c/a が、0.5から1.0に近づくにつれて、 $\delta\pi = 45^\circ$ の F_a が大きな値を示す。

<<参考文献>>

- [1] J. Iida, N. Hasebe, S. Matuura, 1987,
ASCE Journal of Engineering Mechanics,
Vol. 113, No. 8, pp. 1194-1196
- [2] N. Hasebe, S. Tsutsui, T. Nakamura, 1987,
ASME Journal of Applied mechanics,
Vol. 55, pp. 574-579

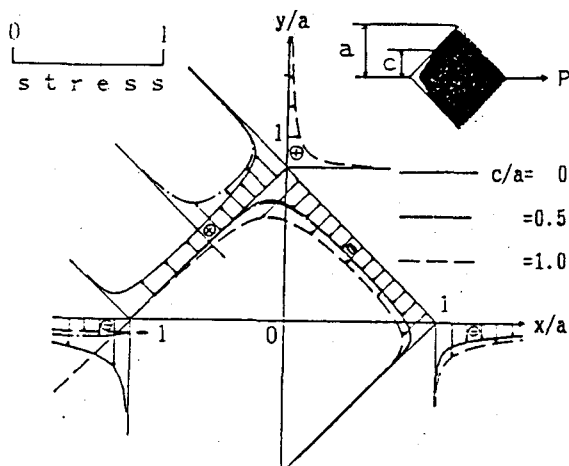


fig.3 σ_r, σ_x の応力分布: $c/a=0, 0.5, 1.0$

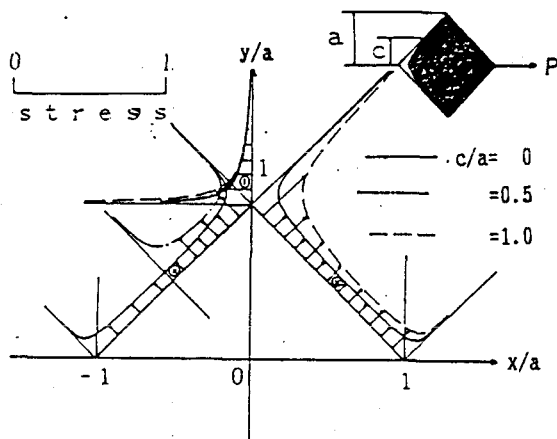


fig.4 $\sigma_{r\theta}, \sigma_{xy}$ の応力分布: $c/a=0, 0.5, 1.0$

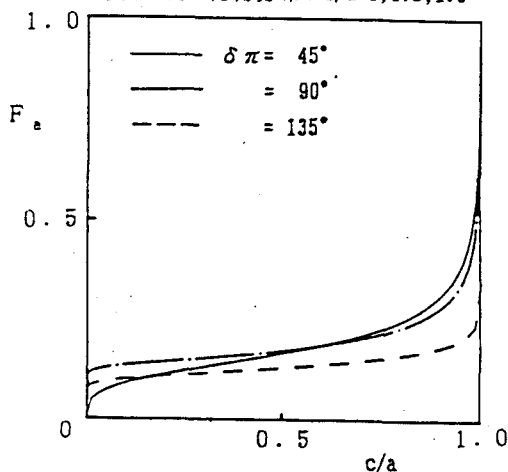


fig.5 無次元化した剥離先端の特異性