一様引張りを受ける異材接合問題の応力関数

東急建設㈱ 奥 村 幹 也
名古屋工業大学 長谷部宣男
名古屋工業大学 中 村 卓 次

1.緒言 異材接合問題の解析は、近年重要性がますます増大している。著者らは、有理写像関数と複素応力関数とを用いて、接合部が有限な直線で、形状が接合線に関して対称な半平面接合問題の解析を行ってきた [1)-4)]。文献1)～3)では荷重として無限遠で面内偶力を与えた。文献4)では無限遠で接合線に平行な一様引張りを与えた応力関数を求め、特別な材料定数の場合の応力関数の意味を考察した。本報告では文献4)の応力関数を用いて、接合端に発生したクラックに着目し、特別な材料定数の応力拡大係数について考察する。

2.解析手法 物理面（図1a）の材料Ⅰ，Ⅱを接合線で切断し（図1b）、それらを単位円に写像する（図1c）。図1a,b間で外力、変位、応力の符号が変化するのは、

$$P_{x1}=-p_{x1},\quad V_1=-v_1,\quad \tau_{XY1}=-\tau_{xy1} \qquad ①$$

である。図1bの図1cへの写像関数として次式を用いる。

$$z_j=\omega(t_j)=\frac{E_0}{1-t_j}+\sum_{k=1}^{24}\frac{E_k}{\zeta_k-t_j}+E_c \qquad ②$$

ここでj=1,2 は材料Ⅰ，Ⅱを表す。また、材料定数には Dundurs 定数 α_D, β_D [5)] を用いる。

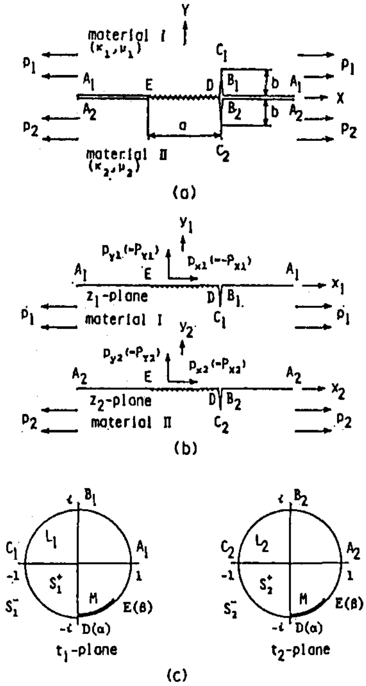

図1 a 物理面 b 解析面 c 写像面

求める応力関数を次式で表す。

$$\phi_j(t_j)=\phi_j{}^A(t_j)+\phi_j{}^B(t_j),\quad \psi_j(t_j)=\psi_j{}^A(t_j)+\psi_j{}^B(t_j) \qquad ③$$

$\phi_j{}^A(t_j)$, $\psi_j{}^A(t_j)$は無限遠での一様引張りを表す項で、

$$\phi_j{}^A(t_j)=\frac{p_j\,\omega(t_j)}{2},\quad \psi_j{}^A(t_j)=-\frac{p_j\,\omega(t_j)}{4} \qquad ④$$

また、$\phi_1{}^B(t_1)$は次式で表される。

$$\phi_1{}^B(t_1)=H_1(t_1)+\frac{p_1}{2(1+\mu)}\sum_{k=1}^{24}\left[1-\frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k)}\right]\frac{E_k}{\zeta_k-t_1}+\frac{p_2}{2(1+\mu)}\sum_{k=1}^{24}\left[1-\frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k')}\right]\frac{\overline{E_k}\,\zeta_k'^2}{\zeta_k'-t_1}$$
$$-\frac{1}{1+\mu}\sum_{k=1}^{24}\left[1+\mu\frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k)}\right]\frac{\overline{A_{1k}}\,B_k}{\zeta_k-t_1}+\frac{1}{1+\mu}\sum_{k=1}^{24}\left[1-\frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k')}\right]\frac{A_{2k}\,\overline{B_k}\,\zeta_k'^2}{\zeta_k'-t_1} \qquad ⑤$$

また、$\psi_1{}^B(t_1)$は$\psi_1(t_1)$ に関する解析接続により得られ、次式で表される。

$$\psi_1{}^B(t_1)=-\overline{\phi_1{}^B}(1/t_1)-\left[\overline{\omega}(1/t_1)/\omega'(t_1)\right]\phi_1{}^{B'}(t_1)+\frac{p_1}{2}\left[\omega(t_1)-\overline{\omega}(1/t_1)\right] \qquad ⑥$$

ただし、

$$H_1(t_1) = -\frac{p_1}{2}\left[\omega(t_1) - \overline{\omega}\left(\frac{1}{t_1}\right) - \sum_{k=1}^{24}\frac{\chi_1(t_1)\,\overline{E_k}\,\zeta_k'^2}{\chi_1(\zeta_k')(\zeta_k'-t_1)}\right]$$

$$+\Lambda_1\left[\omega(t_1) - \frac{\chi_1(t_1)\,E_0}{\chi_1(1)(1-t_1)} - \sum_{k=1}^{24}\frac{\chi_1(t_1)\,E_k}{\chi_1(\zeta_k)\,(\zeta_k-t_1)}\right] \quad ⑦$$

$$\chi_1(t_1)=(t_1-\alpha)^{m_1}\,(t_1-\beta)^{1-m_1},\ m_1=0.5-\ i\,(\ln\ \lambda_1)/(2\pi) \quad ⑧$$

$$\Lambda_1=\frac{p_2-\mu p_1}{4(1+\mu)},\ \ \mu=\Gamma\frac{(\kappa_1+1)}{(\kappa_2+1)}=\frac{1+\alpha_D}{1-\alpha_D},\ \ \lambda_1=\frac{\kappa_2\Gamma+1}{\kappa_1+\Gamma}=\frac{1-\beta_D}{1+\beta_D},\ \ \Gamma=\frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\kappa_j=3-4\nu_j\ \ \text{(for plane strain) or } (3-\nu_j)/(1+\nu_j)\ \ \text{(for plane stress)} \quad ⑨$$

ここで、μ_j は剪断弾性係数、ν_j はポアソン比である。

A_{1k}, A_{2k}は$A_{jk}=\phi_j^{B}{}'(\zeta_k')$ 、$B_k=E_k/\overline{\omega'(\zeta_k')}$ である。j=2 の場合には添字1,2 を入れ替えて得られる。

3.特別な材料定数の場合の応力拡大係数

荷重A：$p_1=p_2=p$　　荷重B：$p_1=p,\ p_2=-p$

荷重C：$p_1=p,\ p_2=0$　荷重D：$p_1=0,\ p_2=p$

と表される４つの荷重状態を考え、次式の無次元化した応力拡大係数を用いる。

$$F^{(j)}{}_{\mathrm{I}m}+i\,F^{(j)}{}_{\mathrm{II}m}=\frac{K^{(j)}{}_{\mathrm{I}}+i\,K^{(j)}{}_{\mathrm{II}}}{p\sqrt{\pi a}} \quad ⑩$$

j=1,2 は材料Ⅰ，Ⅱ、m=A,B,C,D は荷重状態を表す。また$\alpha_D=0$（同一材料）の場合の応力拡大係数をS、$\alpha_D=-1$, $\beta_D=-0.3$の場合（$\Gamma=0$）のそれをRとし、これらの開口モードのみを図２に示す。これらの材料定数の応力関数の意味についての詳細は文献4)に述べた。$\beta_D=0.3\alpha_D$の関係がある任意のα_Dでの$F^{(j)}{}_{\mathrm{I}m}$は、S_{IA} とS_{IB}間の値をとる。荷重Cで$\alpha_D=-1$の$\phi_1(t_1)$ は、一様引張り下の半平面のそれと一致する（応力拡大係数はT_{I}で表す)。荷重Dの$\alpha_D=-1$の$\phi_2(t_2)$ は、接合部の変位を固定した一様引張り問題の解[6]となり、荷重Aの$\phi_2(t_2)$ または荷重方向を逆にした荷重Bの$\phi_2(t_2)$ もこれに一致する。b/a の増加につれ$S_{\mathrm{IA}}\to R^{(\mathrm{II})}{}_{\mathrm{ID}}$ であるから、$F^{(\mathrm{I})}{}_{\mathrm{IA}}, F^{(\mathrm{II})}{}_{\mathrm{IA}}$は固定辺問題のそれに収束し、$S_{\mathrm{IB}}\to R^{(\mathrm{I})}{}_{\mathrm{IC}}$であるから$F^{(\mathrm{I})}{}_{\mathrm{IB}}, -F^{(\mathrm{II})}{}_{\mathrm{IB}}$ は外力境界値問題のそれに収束する。

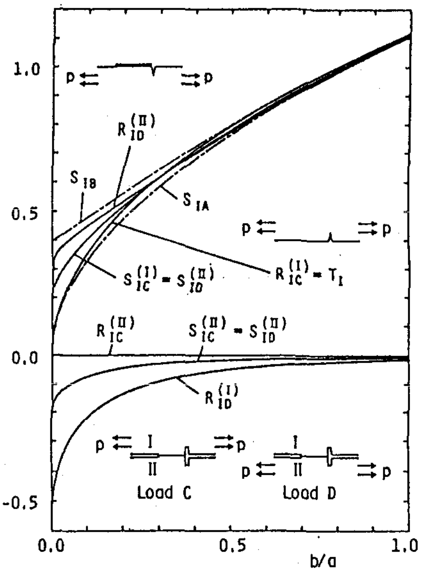

図２　無次元化した応力拡大係数

4.まとめ　異材接合問題の応力関数の意味を、一様引張りを受ける部分接合された半平面の場合を考え、開口モードの応力拡大係数を用いて考察した。

5.参考文献
1)長谷部・奥村・中村　豊田研究報告, 42(1989)
2)奥村・長谷部・中村　土木学会第44回年次学術講演会講演概要集第１部(1989)
3)長谷部・奥村・中村　第５回破壊力学シンポジウム講演概要集(1989)
4)奥村・長谷部・中村　第39回応用力学連合講演会講演予稿集(1989)
5)Dundurs,J., Journal of Composite Material, 1(1967)
6)Hasebe,N., Ingenieur-Archiv, 49(1880)