

クラック解析法に基づくせん断破壊機構の数学的モデルの研究

大日本土木(株)○正会員 段 樹 金

大日本土木(株) 正会員 坂井田敏弘

岐阜大学工学部 正会員 中川 建治

1. まえがき

従来、土の破壊条件としてはモール・クーロンの破壊仮説が引用されているが、ひび割れの進展によって土や岩石の耐力は減少するので材料の破壊過程を考慮したせん断耐力の研究は有効であろう。

PalmerとRice¹⁾は二次元弾性体の亀裂の Westergaardの解を用いながらエネルギー論的に粘土の圧密せん断試験の滑り変位とせん断耐力の関係を概念的に説明している。Davis²⁾等は岩石とひび割れ粘土を簡単な理想材料として塑性論的に土や岩の荷重支持力を研究している。本研究では図-1に示すような二次元のモードIIの破壊力学問題に基づいて、亀裂先端で有限な応力集中を構成するような応力関数を導いて、負荷から破断までの破壊進行状態を外力と滑り変位で表現することを目的とする。

2. 基本的な関数

重調和関数

$$\nabla \nabla F(x, y) = 0, \quad Z = x + iy, \quad \bar{Z} = x - iy$$

$$F(Z) = Z\phi(Z) + \psi(Z)$$

$$2G(u + iv) = \kappa \phi(Z) - Z\phi'(Z) - \psi'(Z)$$

と境界条件

$$y=0 \text{ で, } \sigma_y = 0$$

$$y=0 \text{ と } |x| > a \text{ で, } \tau_{xy} = 0$$

$$2 \int \tau_{xy}(0, y) dx = T$$

を満足する応力関数として次の関数

$$\phi(Z) = -T/(2\pi) \log\{Z + \sqrt{Z^2 + a^2}\}$$

$$\psi'(Z) = -\phi(Z) - Z\phi'(Z)$$

を採用すると $x = \pm a$ で無限大の応力集中を与えるが、著者等が提唱した重み積分法³⁾で区間の長さ a に関して重み積分すれば有限な応力集中を構成する解に変換できる。このような応力関数の特徴は応力も開口変位も共に存在する区間(プロセスゾーンに相当)を形成できるという点である。

3. 解析モデル

両側に対称な亀裂を持つ板の近似的なモデルとして亀裂を持つ無限板(図-2)の点線で示した部分を想定して、これを土質の大型一面せん断試験の供試体に相当するものとする。最初は亀裂が生じていないので応力と変位はせん断弾性係数の比で増加していくが、せん断応力はせん断強度 τ_i に達すると激に滑り面(プロセスゾーン)が生じて、せん断面の耐力は負の勾配で急に減少する。そして亀裂先端開口変位がある限界値 δ に達すると滑り面が全面に形成されて、最後に破断する。いずれの段階でも応力集中の最大値は $\tau_{max} = \tau_i = \text{Cons.}$ であり、せん断力の総和 T は連結区間の応力の総和と等しいとする

解析の流れを図-5に示す。従来の弾性変位だけを考慮すれば図-6の $T-\delta$ 曲線の点線に示すような snapback 現象が生じる。実際には開口による変位は外力を外してもその部分の変位は元に戻らない本研究ではこのような現象を、その段階に生ずる弾性開口変位に残留した変位(本文では残留開口変位と仮称する)を逐次累加させることによって実現している。すなわち、 $\Delta i = \Delta i - 1 + \delta i$ である。このような解析結果は図-6の実線に示している。

4. まとめ

図-6に示した実線と点線の結果を比較して次の結論が得られる。

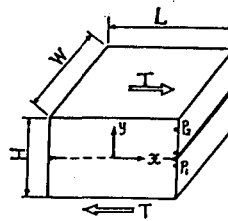


図-1 土のせん断試験
供試体

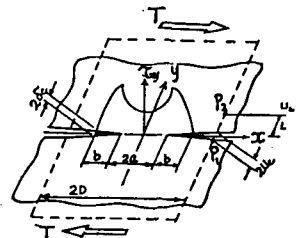


図-2 2次元問題への
モデル化

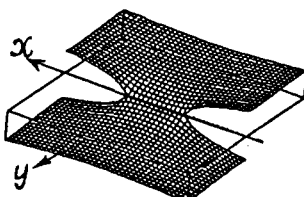


図-3 変位分布

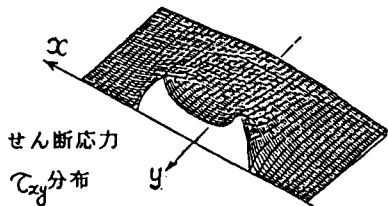


図-4 せん断応力
 τ_{xy} 分布

- 1) 亀裂を含む平板をすべて弾性体と仮定すると荷重変位曲線では最大変位の点が存在しているが、破断直前はせん断力の減少と共に変位も減少して最終的には原点に戻り、snapback 現象が生じる⁴⁾。
- 2) 残留歪みの分を配慮する手段として、本研究のような弾性解のプロセスゾーンの開口変位を逐次累加させることで図-6の荷重変位曲線を近似的に実現できる。
- 3) 実用性のある問題としては破壊面上に垂直圧縮力も同時に作用する場合であろう。滑り開口による摩擦係数の低下分を無視するならば同様な簡単な手法で荷重変位曲線を求められる。
- 4) 本研究では亀裂先端開口変位を滑り面進展の限界値としているが、滑り面進展に伴うエネルギー解放率 J も計算し得るが、 δc による滑りの進展に伴う J の値は少しずつ減少していることが判った。このことについては今後の研究課題としたい。
- 5) 従来混成材料の荷重変位曲線を求める為に殆どFEM等の数値解析法が用いられている。本研究で提案した解析モデルは完全な弾性解を用いながら材料の軟化特性と破壊過程を近似的に表現できる。数学モデルとしては簡便でありながら、いずれの場合でも開口変位と耐力の関係を有効的に追求できるのが特徴である。

【参考文献】

- 1) Palmer, A.C. and Rice, J.R.: The growth of slip surface in the progressive failure of over-consolidated clay, Proc. Roy. Soc. Lond. A.332, pp.527-548 (1973).
- 2) Davis, E.H.: Some plasticity solutions relevant to the bearing capacity of rock and fissured clay, 3rd Aust. New Zealand Conf. Geomech., Vol.3, pp.27-36 (1980).
- 3) 段、児島、中川: 亀裂先端部分で有限な応力集中を与える応力関数, 土木学会論文集, No.374, pp.399-407 (1986).
- 4) Duan, S. and Nakagawa, K.: A mathematical approach of fracture macromechanics for strain-softening material, Engng Fracture Mech., (to appear).

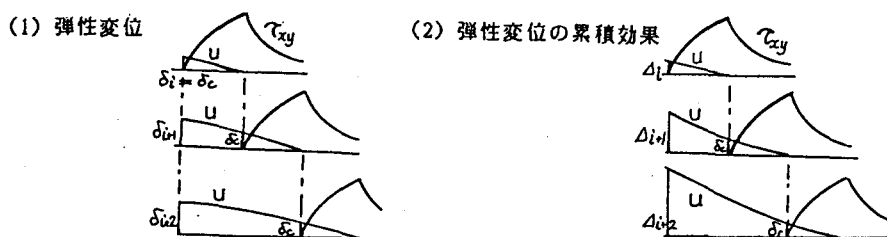


図-5 開口部の応力と変位の状況

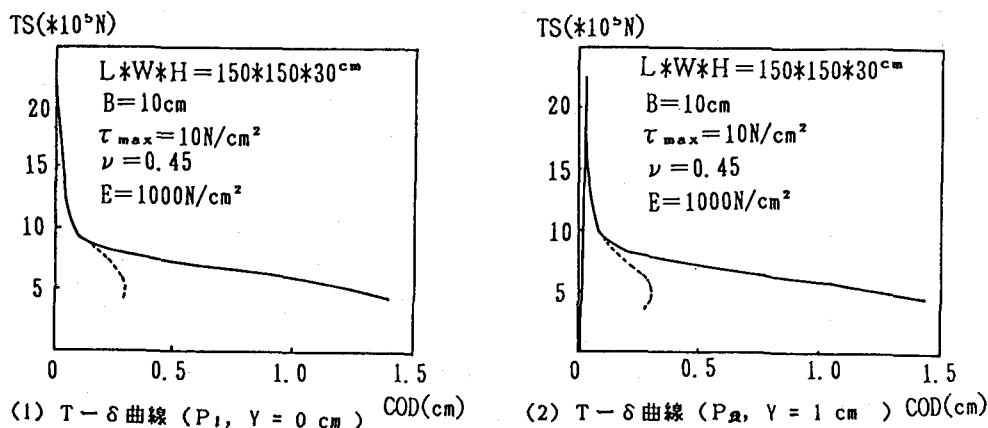


図-6 T-δ曲線