

2 個の球状欠陥の散乱特性

東海大学海洋学部 学生員 ○樋江井 夕紀夫
東海大学海洋学部 正 員 北 原 道 弘

1. はじめに

超音波を利用して、材料内に存在する複数個の欠陥を定量的に検出しようとする場合、欠陥群の相互影響をも考慮した弾性波の散乱特性を把握しておく必要がある。本研究では、3次元無限弾性体中に近接して存在する複数個の欠陥による散乱問題を、ボルン型積分方程式法¹⁾を用いて解析する。ここでは2個の中空欠陥を想定し、その散乱特性を示す。

2. ボルン型解法による散乱問題の定式化

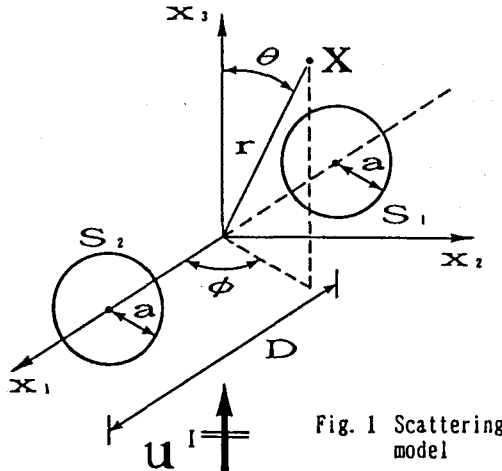


Fig. 1 Scattering model

Fig. 1 に示すような2個の球形ボイドモデルを考える。各ボイド表面 S_1, S_2 の境界条件は、表面力が零: $t=0$ である。このとき、離散化した後の弾性母体に対する境界積分方程式は次のように書ける。

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^I \\ u_2^I \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 u_1^I は入射波であり、 u_1 は各ボイド表面上の変位である。

ここで、ボルン級数による解法を適用するために式(1)の係数マトリクスを対角項と非対角項に分離して、次式を得る。

$$(A - B) u = u^I \quad (2)$$

ここに、 A, B などは次のようである。

$$A = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -H_{12} \\ -H_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$u = \{u_1, u_2\}^T, \quad u^I = \{u_1^I, u_2^I\}^T$$

ここで、式(2)の両辺に A の逆マトリクス A^{-1} を作用させて、次式を得る。

$$(I - C) u = A^{-1} u^I \quad (4)$$

ここに、 C は次のようである。

$$C = A^{-1} B = \begin{bmatrix} H_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & H_{22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -H_{12} \\ -H_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

マトリクス C に対して、

$$\|C\| = \|B\| / \|A\| < 1 \quad (6)$$

が成り立てば、式(4)より解 u は次のように求められる。

$$\begin{aligned} u &= (I - C)^{-1} A^{-1} u^I \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} C^n A^{-1} u^I \end{aligned} \quad (7)$$

これが解 u のボルン級数的表現である。これより、母体内の散乱場は次のように決まる。

$$u^S = u - u^I \quad (8)$$

3. 解析モデル

実際の数値解析では、Fig. 1 に示すように、大きな等しい球形ボイドが x_1 軸上に並列に存在する場合を考え、入射波は x_3 軸方向に進行するものと仮定した。ボイド間の距離 D はボイドの半径 a に対して $D=11a/5$ と設定した。ボイドの表面は1個につき56の四角形要素で近似し、一定要素を用いて解析を行った。また、以下の数値解析例も含めて、Fig. 1 に示した球座標系を導入している。

4. 数値解析例

Fig. 2からFig. 5までは、遠方の変位場の球座標成分の放射パターンであり、計算点の半径 r はボイドの半径 a に対して $r/a=50$ と設定している。入射波は次式に示す単位振幅の平面P波とした。

$$u^I(\mathbf{x}) = \mathbf{e}_3 \exp(ik_L x_3) \quad (10)$$

Fig. 2とFig. 3は1個のボイドの場合について、 $M = \max\{|u_r^I|, |u_\theta^I|\}$ としたときの $|u_r^I|/M$ と $|u_\theta^I|/M$ を示している。同様にして、Fig. 4とFig. 5は2個のボイドの場合について、 x_1 - x_3 平面内の $|u_r^I|/M$ と $|u_\theta^I|/M$ を示している。

M と $|u_\theta^I|/M$ を示している。

1個のボイドに対するFig. 3と2個のボイドに対するFig. 5に見るように、入射平面P波(式(10))に対し、散乱波動の u_θ 成分に放射パターンの顕著な差、四葉型と六葉型、が認められることがわかる。

参考文献

- 1) 樋江井, 北原: 3次元弾性波動問題におけるボルン級数型積分方程式法の収束性の検討, 土木学会第44回年次学術講演会講演概要集, 1-77, 1989年.

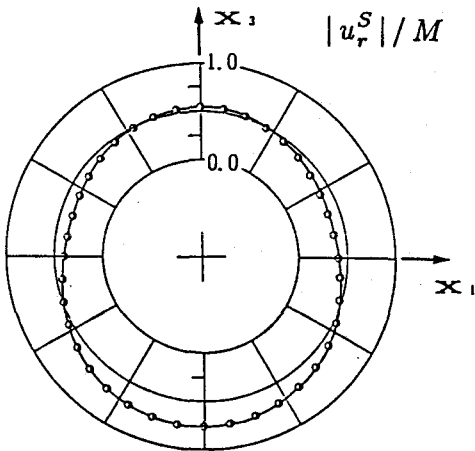


Fig. 2 Radiation pattern for single cavity at $ak_L = 1.0$

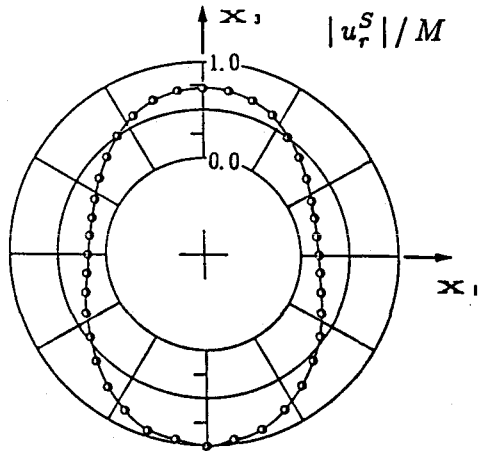


Fig. 4 Radiation pattern for double cavities at $ak_L = 1.0$

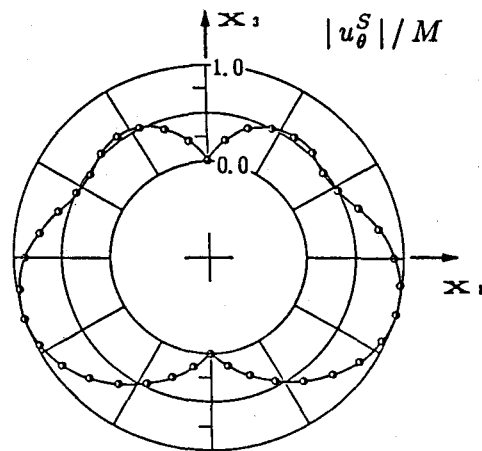


Fig. 3 Radiation pattern for single cavity at $ak_L = 1.0$

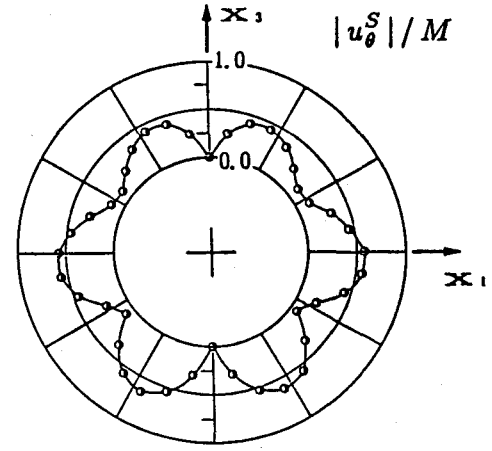


Fig. 5 Radiation pattern for double cavities at $ak_L = 1.0$