

せん断を受ける平板の後座屈解析

岐阜大学大学院 学生員○長縄卓夫

岐阜大学工学部 正 員 森脇良一

岐阜大学工学部 正 員 奈良 敬

1. まえがき

平板の後座屈強度を明らかにすることは、プレートガーダーなどの薄板構造を主体とする構造物の耐力を論じる場合、重要な解析の一つと考えられる。

腹板を対象とする場合、その境界条件は、荷重状態などによって、単純支持に近いものから固定に近いものまで様々であるが、非載荷辺である上下辺固定、載荷辺である左右辺単純支持と考えるのが一般的とされている¹⁾。

しかし、従来の研究例においては、非載荷辺を固定支持として解析したものはほとんど見られないのが現状である。この理由として、従来より用いられた固定のたわみ関数が非常に複雑なため、実際に計算可能な解析式を導くことが困難なことが考えられる。そこで、固定の境界条件を満たすもので、従来のものに比べて非常に簡単な新しいたわみ関数を用い、初期たわみのない載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の平板がせん断力を受ける場合の後座屈領域における各種性状を明らかにしたので報告する。

2. 研究方法

解析法としては、平板のような単純な構造を対象にした幾何学的非線形の問題に有効と考えられるGalerkin法を用いた。また、それによって得られる多元3次方程式はGauss-Seidel法と二分法の混合解法によって解いた。

今回解析に用いたモデル及び載荷状態は、図-1に示すとおりであり、固定の新しいたわみ関数を含む、式(1)に示すたわみの近似式を用いた。

$$w = t \sum_p \sum_q B_{pq} \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi}{a} x - \cos \frac{(m+1)\pi}{a} x \right\} \times \sin \frac{n\pi}{b} y \cdots (1)$$

応力とひずみの関係を考えるにあたって、von Kármánの基礎方程式を適用した。

式(1)を偏微分することにより、von Kármánの式は、次に示す式(2)のように変形することができる。

$$J_x \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2J_z \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + J_y \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \frac{t^2 \pi^4}{a^2 b^2} \sum_p \sum_q C_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \cdots (2)$$

ここに、 $J_x = 1/E_y t$, $J_y = 1/E_x t$, $2J_z = 1/Gt - \nu_x J_y - \nu_y J_x$ 。

ただし、 F はAiryの応力関数、 t は板厚、 E_x , E_y は x , y 座標軸方向の板の弾性定数、 G は板のせん断弾性定数である。この式の特異解として、応力関数 F_1 を、式(3)のように置くことができる。

$$F_1 = t^2 \sum_p \sum_q \phi_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \cdots (3)$$

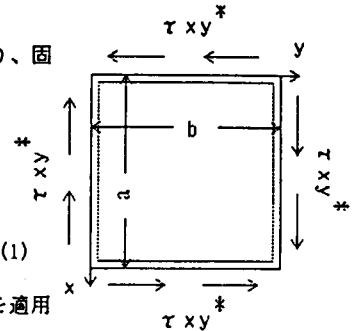


図-1 解析モデル

と荷重状態

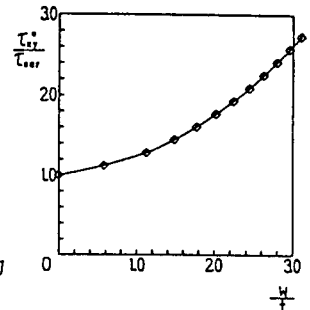


図-2 荷重とたわみの関係

また、外力条件から定まる応力関数 F_0 で、せん断力が作用する場合のものは式(4)の様に表すことができるので、Airyの応力関数 $F=F_1+F_0$ を得ることができる。

$$F_0 = N_{xy}xy \quad \dots (4)$$

以上を用いて、等方性の正方形板についてx方向y方向それぞれに、たわみ関数を第3項まで仮定してGalerkin法によって解く。

なお、本解析法の精度については、すでに周辺単純支持の平板に圧縮力が作用する場合の、板中央でのたわみと作用する応力の関係において、Coanの解析結果²⁾とよい一致を得ており、計算精度上の誤差は少ないと考えられる。

3. 結果及びその考察

板中央でのたわみと作用する応力の関係を図-2に示す。 τ_{xy}^* は中立面における単位面積あたりの外力、 τ_{scr} は純せん断座屈応力である。

$a=100\text{cm}$ 、 $b=100\text{cm}$ 、 $t=1.0\text{cm}$ 、座屈係数13.1として、解析を行ったものであるが、前回発表した圧縮力が作用する場合と同じくグラフはほぼ放物線を描くことがわかる³⁾。

板中央での膜応力と作用する応力の関係を図-3に示す。 σ_e はEulerの座屈応力度である。 τ_{xy} は、作用応力が座屈応力に達するまでは、弾性理論で説明される直線を示し、座屈後はたわみの増加にともない増加率が減少している。これは、斜め張力場の発生の為と考えられる。それにともない、 σ_x 、 σ_y が発生し、徐々に増加していく。

板中央表面での面外たわみによる応力と作用応力の関係をグラフに表したものを図-4に示す。グラフは、横軸の尺度が違ふことを除けば、たわみと作用する応力の関係を示す図-2と同じく、ほぼ放物線を描く。

$\tau_{xy}^*=2.0\tau_{scr}$ の場合の面外たわみの状態を図-5示す。平板の対角線方向に帯状に凸形のたわみ波形となる。これもまた斜め張力場の発生を表していると考えられ、帯状の方向に引張応力、もう一方の対角方向には圧縮応力が生じていると考えられる。

4 あとがき

本解析の最終目的は、初期たわみを有する載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の平板が、曲げ、せん断及び組合せ

荷重を受ける場合の後座屈強度解析を行うことであり、今回はその一段階にあたるものである。

参考文献

- 1) 例えば、森脇良一・藤野眞之：初期不整を有するプレートガーダーの純曲げ強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第294号，1977年8月。または、関西橋梁鉄骨溶接研究会：プレートガーダーの耐荷力に関する理論と実験，1965年7月。
- 2) J.M.Coan：Large Deflection Theory for Plates with Small Initial Curvature Load in Edge Compression, Journal of Applied Mechanics, June, 1951.
- 3) 長縄卓夫・森脇良一・奈良敏：圧縮を受ける平板の後座屈強度、第44解第回土木学会年次学術講演会講演概要集，1-10, 1989年10月。

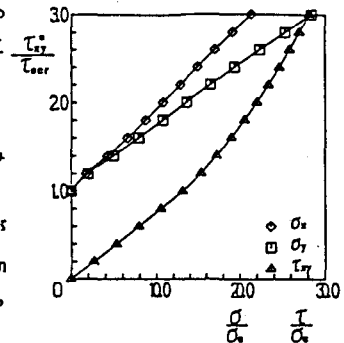


図-3 荷重と膜応力の関係

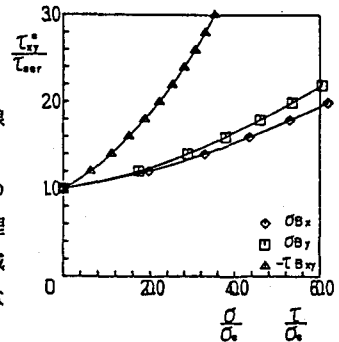


図-4 荷重と面外たわみによる応力とたわみの関係

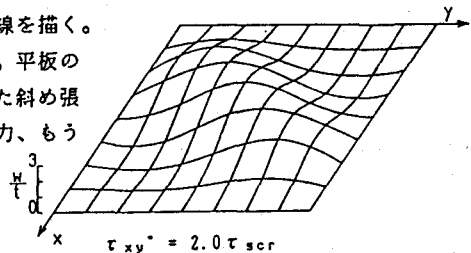


図-5 面外たわみ図