

簡単な構造系の  
非対称分岐問題について

岐阜大学 学生員 ○田中考二  
正員 藤井文夫

### 1. 非対称分岐

構造系の非対称分岐解析では、解曲線上のレギュラーポイントをどのような非線形スキームで追跡するかと言う基本的な課題「4」の他に、非対称分岐点付近での特有の問題点として、①分岐点での接近を事前にどうモニターするか②分岐点の位置をどう特定するか③到達した分岐点上で、「対称／非対称分岐」をどう判別するか④非対称分岐経路をどう探査するかの4点である。このうち①②については、これまでの研究で「1, 3」、荷重極大点や変位の折り返し点などの特異点には一切反応せず、分岐点のみに確実に反応する感知パラメータを提案し、このスカラーパラメータの変化と解曲線追跡の際の増分幅とを連動させ、確実に分岐点にいたる方法を考案した。③については昨年Allmanが、Taylor展開の増分2次項を用いた判別式を発表しているが(CAS, Vol.32, No.5, 1045-1054, 1989)、もっと簡単に④の結果からも判別はできる。④の分岐方向の探査については、摂動法のように分岐点からの増分量の高次項を採用しても結局は増分量の高次多項式に帰着されるため、その解法では初期値の与え方が問題となる。本研究は分岐点より伸ばす初期ベクトルの与え方に注目し、増分一次式のみを用いて非対称分岐方向を探査する計算戦略を検討し、これまでの探査方法「2」の変形ヴァージョンを考えた。

### 2. 解曲線の変更

荷重変数を加えた $(n+1)$ 変数に対して $n$ 本の(全体)方程式

$$\text{解曲線 } s; \quad F_1 = F_2 = \dots = F_d = \dots = F_n = 0 \quad (1)$$

で定義される $(n+1)$ 次元空間における解曲線 $s$ の分岐点Bの位置はすでに特定できたものとする(図1)。点Aは分岐点Bの近傍にある一次経路上の点である。分岐点Bにおける $n$ 本の増分方程式については、 $(n+1)$ 個のどの変数を制御したとしても係数行列は特異状態から脱し切れない。そこで、まだ未使用の $F_{n+1} = 0$ の条件式は自由に規定できることから、ある特定変数 $X_p$ の変数平面を

$$F_{n+1} = X_p - \bar{X}_p \quad (2)$$

で設定し、式(1)のなかの例えば $F_d = 0$ と交換するなら全体方程式は

$$\text{解曲線 } t; \quad F_1 = F_2 = \dots = F_{d-1} = F_{n+1} = F_{d+1} = \dots = F_n = 0 \quad (3)$$

となり、全く別個の解曲線 $t$ が定義される。分岐点Bでは、

$$F_1 = F_2 = \dots = F_{d-1} = F_{d+1} = \dots = F_n = 0 \quad (4)$$

ではあるが、 $F_{n+1} \neq 0$ であるため点Bは解曲線 $t$ の上ではなく、しかも解曲線 $t$ の分岐点ではなくなる。式(2)で $\bar{X}_p$ の選び方をうまくやれば点Bを解曲線 $t$ からわずかにはずれている状態をつくることもでき、しかも点Bの近傍で解曲線 $t$ の分岐点を発生させないようにすることもできる。点Bより解曲線 $t$ 上の点に移行できたら、この新しい解曲線 $t$ に沿って今度は $F_d = \epsilon$ を感知パラメータとして点Dを探査すれば良い。もとの点Aが探査されることもあるが、これは容易に判別できる。

### 3. 例題

古典的な剛体-バネ系(図2)と平面骨組のLフレーム(図3)の非対称分岐問題を扱ってみた。この二つの例題は分岐点に到るまでの経路が荷重変数軸と一致する究めて特殊な場合であり、探査の難しい例である。図2は求められた分岐経路と対応する分岐後の変形である。図3のLフレームでは、支配方程式をエラスチカ3連モーメント定理を用いて導いた(10要素で13変数)。考察の詳細は講演当日に述べる予定である。

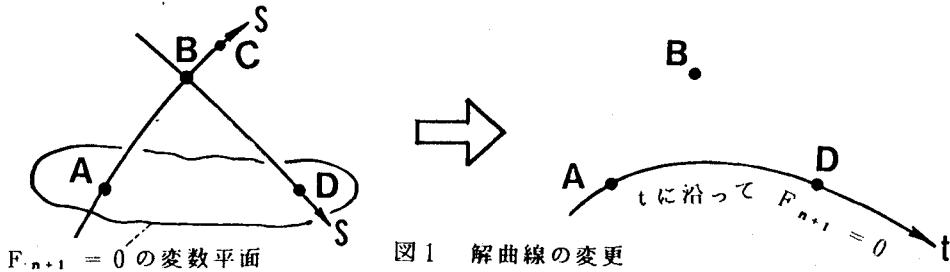


図1 解曲線の変更

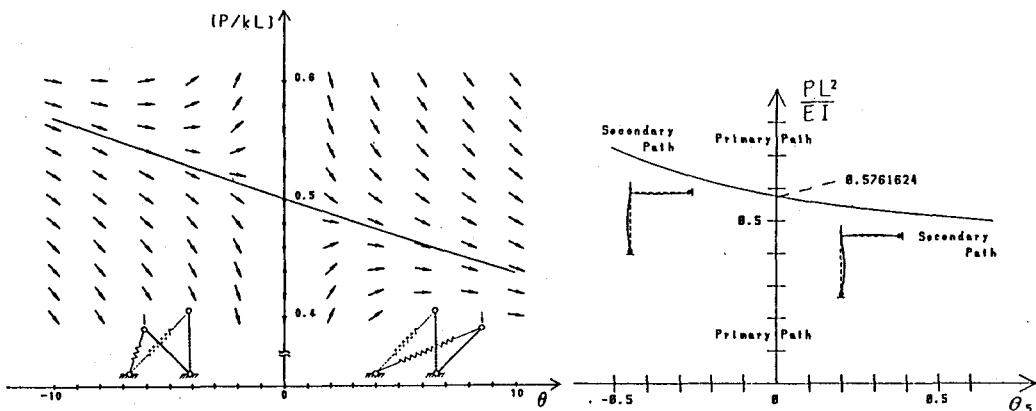


図2 剛体-バネ系

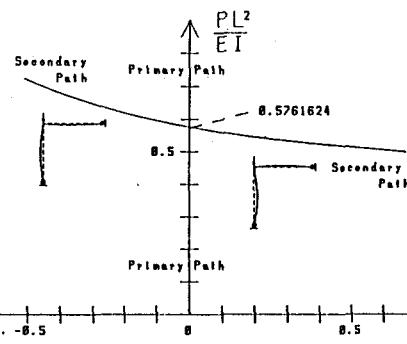


図3 Lフレーム

### 4. 終言

分岐経路の探査にあたっては、増分一次式のみを用いて探査する場合でも、増分量の高次項をとるにしても、つまるところ分岐点からどの方向に初期ベクトルを伸ばすかが問題である。今後、主経路と固有値ベクトルとの線型結合など、種々の初期ベクトルの与え方を試してみる必要がある。

参考文献 「1」大塚雅裕・藤井文夫, "つり合い曲線上の分岐点のモニタリングとその算定", 土木学会中部支部研究発表会, 1989年3月, 信州大学, 「2」廣瀬康之・藤井文夫, "非対称分岐点における分岐方向の探索方法について", 土木学会中部支部研究発表会, 1989年3月, 信州大学, 「3」藤井文夫 "骨組構造系のつり合い経路上の分岐点の探索方法", 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol. 13, 395-400, 1989 「4」 Fujii, F. "Scheme for elastics with snap-back and looping", A S C E, E M, Vol. 115, No.10, 2166-2181, 1989