

異方性材料の弾性パラメーターの同定について

信州大学 学生員 ○楠 英人
同上 正会員 大上 俊之
同上 正会員 草間 孝志

1. まえがき

本研究は、直交異方性の材料に対する弾性定数 (E , ν) の同定解析を試みたものである。2次元境界要素法を用いて順解析 (通常の解析) を行い、直交異方性材料の弾性挙動について調べ、次に測定データとしてこの順解析の結果を用いて最小2乗法により弾性係数を推定する解析を行う。

2. 解析手順

2.1 直交異方性体の境界要素解析 ここでは、直交異方性材料に対する境界要素法の弾性基本解として Dumir-Mehta の解¹⁾を用いる。この基本解は弾性主軸の方向が全体座標系 x_i と一致する場合にはそのまま用いて通常の定式化により境界要素解析を行うことができるが、全体座標系 x_i に対して弾性主軸の方向がある角度 θ だけ回転している場合には座標変換を行う必要がある。ここでは境界条件を座標変換するのではなく、弾性主軸の方向の座標系 x_i' における変位と表面力の基本解 u_i^* と p_i^* に対して (1) 式のように座標変換をする。ここに a_{ij} は座標変換マトリクスである。このようにして得られた基本解を用いて境界要素法による定式化を行い、(2) 式の連立方程式を解くことにより全体座標系 x_i に対する u と p を求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} u_{ij}^* (x_1, x_2) &= a_{ki} a_{lj} u_{kl}^* (x_1', x_2') \\ p_{ij}^* (x_1, x_2) &= a_{ki} a_{lj} p_{kl}^* (x_1', x_2') \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$[H] \{u\} = [G] \{p\} \quad (2)$$

2.2 同定解析 測定変位と計算変位をそれぞれ $\bar{u}_i$ と u_i とおき、誤差関数 W を (3) 式のように定義する。ここに、 n は測定変位の数である。また、同定すべき弾性係数 E およびポアソン比 ν を同定パラメータ α_j ($j=1, 2, \dots, m$) と表す。(3) 式に対して Gauss-Newton 法を適用して、測定変位に対する計算変位の誤差が許容誤差内に収まるように同定パラメータ α_j の同定解析を行う。誤差関数 W の停留条件より (4) 式が得られる。(4) 式の微分の項はパラメータ α_j の増分に対する u_i の増分を考えることにより差分近似を用いて計算する。繰り返し計算において同定パラメータの新たな近似解 $\{\alpha\}$ を得るために (4) 式の連立方程式を解き、補正量 $\{\Delta\alpha\}$ を求めることになるが、ここでは、さらに補正量 $\{\Delta\alpha\}$ を正規化した探索方向 $\{d\}$ に対して、(5) 式のように W を最小にするような λ の値を一次元探索法 (D.S.C. 法²⁾) により決定する。こうして得られた新たな近似解を用いて計算変位 u_i を求め、目的関数 (誤差関数) が許容誤差内に収まるまで計算を繰り返し、所要の同定値を求める。

$$W = \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u}_i)^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

$$\left[\frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} \right] \{ \Delta \alpha_j \} = \{ \bar{u}_i - u_i \} \quad (4)$$

$$W(\{\alpha\} + \lambda \{d\}) \rightarrow \min \quad (5)$$

3. 数値解析例

計算例として、図1に示すような岩の圧裂試験モデルを考え、2次元平面ひずみ状態で解析を行う。花崗岩の弾性波試験の報告³⁾から、異方性の主弾性比 E_2/E_1 を0.6~1.6と変化させて引張応力に対する影響について調べる。図2は弾性主軸の方向が全体座標系に一致している場合($\theta=0^\circ$)についての引張応力分布を示したものであり、図3は $\theta=0^\circ$ 、 45° および 90° についてそれぞれ E_2/E_1 を変化させた場合の最大引張応力の分布を示したものである。 45° の場合にはほとんど異方性の影響は見られないが、 0° 、 90° の場合には異方性の影響が大きく見られ、荷重軸方向のヤング率が大きいほど発生する引張応力も大きくなるのがわかる。次に同じモデルに対して同定解析を試みる。同定すべきパラメーターは弾性係数 E_1 、 E_2 、 G_{12} とポアソン比 ν_1 、 ν_2 であるが、 E 、 G と ν を比較した場合、 ν は逆解析の結果に及ぼす影響が小さいことから⁴⁾、最初は、 ν の値を初期値のままに固定しておいて E および G だけについて計算を行い、ある程度 E と G の値が収束した後、あらためて E 、 G 、 ν に対する同定解析の計算を行う。なお、ここでは順解析による変位解を測定変位の値としてシミュレーションを行っている。変位測定の節点数を6節点とし、弾性主軸の方向として $\theta=30^\circ$ の場合の計算結果を表1に示す。この例では14回の反復計算で収束解が得られている。ポアソン比 ν については正解値に対する相対誤差が最大6.7%であるのに対して、弾性係数 E 、 G については0.17%と高い精度の結果を得ている。

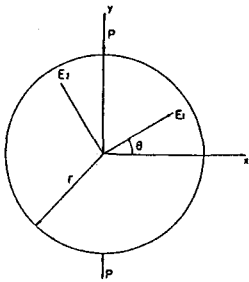


図1

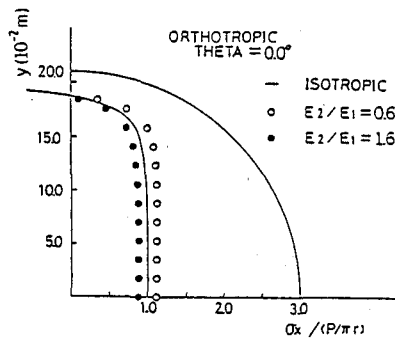


図2

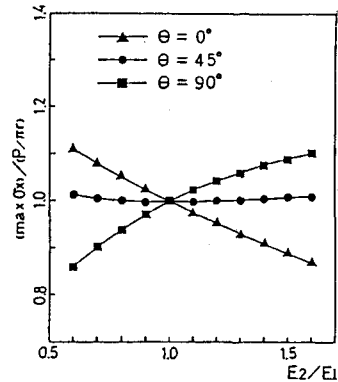


図3

表1

	Initial	Exact	Calculated	Relative error (%)
E_1	9.8 (MPa)	88.20 (GPa)	88.05 (GPa)	0.17
E_2	198.0 (MPa)	53.90 (GPa)	53.92 (GPa)	0.004
G_{12}	4.3 (MPa)	26.46 (GPa)	26.46 (GPa)	0.0
ν_1	0.2	0.1	0.1071	6.71
ν_2	0.1	0.2	0.1985	0.75
			Iteration	14

参考文献 1) P.C.Dumir and A.K.Mehta : Boundary Element Solution for Elastic Orthotropic Half-Plane Problems, Computers & Structures, Vol.26, No.3, pp.431-438, 1987. 2) S.L.S.Jacoby, J.S.Kowalik and J.T. Pizzo (関根智明訳) : 非線形最適化問題の反復解法, 培風館, 1976. 3) 工藤洋三 : 花崗岩内の微小欠陥の配向と力学的異方性, 名古屋大学学位論文, 1989. 4) 桜井春輔, 清水則一, 壺内達也, 地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析, 土木学会論文集, 第352号/III-7, pp.55-61, 1987.