Crack Strain および Steel Strain分布関数を導入したRC要素のFEM解析の定式化

○ 名古屋大学工学部　学生会員　加藤　千貴
名古屋大学大学院　学生会員　呉　智深
名古屋大学工学部　正会員　田辺　忠顕

1．初めに

無筋コンクリートは、引張クラックの発生と共にその耐力を失うが、鉄筋コンクリートの場合、クラック発生後もなお構造部材として十分機能し得る。これは、鉄筋そのものの応力負担の他、鉄筋とコンクリートの付着作用によりクラック間のコンクリートもなお若干の抵抗力が残存するためである。しかし一方では、クラックの発生・進展にともない剛性が徐々に低下し、変形が増大し、特有の非線形性状を呈することが知られている。この場合耐力算定では引張応力を無視する no tension 部材としての仮定が用いられるが、より現実的な変形解析では、これが必ずしも適切ではない。
そこで、本研究では引張クラックが順次発生する鉄筋コンクリート部材の引張剛性を Crack Strain 関数およびSteelStrain 関数を用いてモデル化した FEM 解析の手法を提案する。

2．引張剛性について

いま構造体内において次のように仮定する。

$$\varepsilon = \varepsilon c + \varepsilon cr \tag{1}$$

そのとき有限要素法の概念より全ひずみεは接点変位Uiとひずみ変位接点マトリックスBを用いて次式のように表せる。

$$\varepsilon = B\,Ui \tag{2}$$

クラックひずみεcrは鉄筋とコンクリートの相対すべりを模擬的に表したものであり次式のように仮定する。

$$\varepsilon cr = [A_1 \exp(-a^2 X_1{}^2) + A_2 \exp(-a^2 X_2{}^2) + \cdot\cdot\cdot + A_j \exp(-a^2 X_j{}^2)]\,Ui \tag{3}$$

クラック部分(Xi=0)では $\varepsilon c=0$ であることを条件として未定定数A_iを求めると εcr は次式で表せる。

$$\varepsilon cr = [B(X_1=0)\exp(-a^2 X_1{}^2) + B(X_2=0)\exp(-a^2 X_2{}^2) + \cdot\cdot\cdot + B(X_j=0)\exp(-a^2 X_j{}^2)]\,Ui \tag{4}$$

鉄筋ひずみは次式のように表すことができる。

$$\varepsilon s = \varepsilon c + dg/dx \tag{5}$$

ただし g(X)はコンクリートと鉄筋との相対すべりである。
g(X)は付着の基礎式(6)を解き境界条件(7)を与えることにより(8)式を得る、またこれを x について微分することにより(9)式を得る。

$$\frac{d^2 g(X)}{dX^2} = \frac{\phi s(1+np)\,\tau(X)}{AsEs} = \frac{\phi s(1+np)K_1 g(X)}{AsEs} \tag{6}$$

As：鉄筋の断面積　Es：鉄筋のヤング係数
ϕs：鉄筋の周長　$n = Es/Ec$　p：鉄筋比

$$g(0)=0 \quad g(L)=\Delta W/2 = \int_0^L \varepsilon cr\, dX_j = B(X_j=0)Ui\sqrt{\pi}/2a \tag{7}$$

ΔW：クラック幅

$$g(X_j) = \Sigma \frac{\sqrt{\pi}\,\sinh(X_j/b_o)\,B(X_j=0)\,Ui}{2\,a\,\sinh(L/b_c)} = B_{bs}\,U_i\,,\ bc=\sqrt{(AsEs\,/\,\phi s(1+np)K_1)} \tag{8}$$

$$\frac{dg(X_j)}{dX_j} = \Sigma \frac{\sqrt{\pi}\,\cosh(X_j/b_o)\,B(X_j=0)\,Ui}{2\,a\,b_c\,\sinh(L/b_o)} = B_{ss}\,U_i \tag{9}$$

ここでは一応g(X)とτとの関係を線形に定めているがK_1をgの関数とすれば非線形性も表している事になる。

(9)式を(5)式に代入することにより次式を得る。

$$\varepsilon s = [Bc + Bss]\, Ui \tag{10}$$

ここで仮想仕事の原理を用いて

$$\int_{Vc}[\sigma c\ \delta\varepsilon c]\, dVc + \Sigma\int_{Vs}[\sigma s\ \delta\varepsilon s]\, dVs + \Sigma\int_{bs}[\tau_{s}\ \delta g]\, dbs \tag{11}$$

$$= \int_{V}P\cdot\delta U\, dV + \int_{S\sigma}T\cdot\delta U\, dS\sigma$$

よって節点荷重と変位の関係は以下のように表される。

$$[Kc + Ks + Kbs]\,\overline{U} = \overline{F} \tag{12}$$

ここで Kc Ks Kbs は次式で表せる。

$$Kc = \int_{Vc}B_c^{T}D_cB_c\, dVc \tag{13}$$

$$Ks = \Sigma\int_{Vs}B_s^{T}D_sB_s\, dVs \tag{14}$$

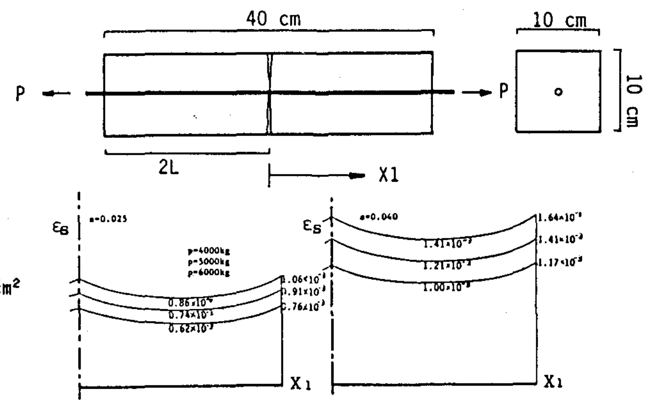
$$Kbs = \Sigma\int_{bs}K_1B_{bs}^{T}B_{bs}\, dbs \tag{15}$$

3．数値解析例

図－1に示したような鉄筋が一本入った一軸引張部材について数値計算を行い鉄筋ひずみの部材軸に沿った分布を外力P，定数ａを変化させて計算を行った。計算に用いた数値は以下である。

$Ec = 2\times10^{5}$ kg/cm² $Es = 2\times10^{6}$ kg/cm²

$\phi = 25$ mm $\sigma_{ct} = 20$ kg/cm²



図－1 数値モデルと鉄筋ひずみの分布

4．あとがき

現在クラックひずみを表現している定数ａについて定数としてではなくクラック間隔 L の関数として与えることを検討している。

またすべりと付着力の関係は数値解析の例では線形でなおかつ一定という仮定の基に計算を行ったが、実際にはすべりがある値以上になれば付着力は増加しなくなり、逆に減少を始める。それを解析内において表現するために K_1 の値をすべりの関数として与えることによって表現することを検討している。

参考文献

1) Tanabe,T. and Yoshikawa,H. Constitutive equation of a cracked reinforced concrete panel, IABSE Colloquium on Conputational Mechanics of concrete structure, DELFT, 17-34(1987)

2) 吉川弘道、田辺忠顕：ひび割れを有する鉄筋コンクリート板の平面応力場における構成方程式、コンクリート工学（論文）、Vol.24、No.6, 日本コンクリート工学年次講演会論文集

3) ZUSHEN WU,HIROMICHI YOSHIKAWA,TADA-AKI TANABE, NONLINEAR ASPECTS OF CRACKED REINFORCED CONCRETE BY THE DAMAGE MECHANICS CONCEPT, PROCEEDINGS of EASEC-2, CHAING MAI,THAILAND 1989