

FUZZY PERTの コンピュータ・プログラミング

名古屋工業大学 学生員 ○大西 基成

名古屋工業大学 正 員 山本 幸司

1. はじめに 従来、日程計画手法としてのPERTは、各作業の所要時間に関する不確定性を表す方法として、期待平均時間を用いていた。しかし、土木工事を構成する各作業は不確定性を伴うことが多いため作業時間が β -分布に従うと仮定する確率PERTや一般分布を想定した、モンテカルロ・シミュレーションも提案されている。これに対し、FUZZY-PERTは、作業の不確定性の表現にFUZZY集合理論を導入して、作業時間をFUZZY変数の形で与え、所要工期を決定するモデルである。本研究ではFUZZY理論が確率理論の問題点を補うことが可能であることを指摘し、FUZZY-PERTをコンピュータ・プログラミング化することにより、実用可能性についても検討する。

2. 確率理論導入の問題点 PERTに確率理論を導入するうえで最も重要な問題は、作業時間分布の特定である。過去に同様な作業の経験が多くあり、そのデータが揃っているなら分布形を特定することに不安はない。しかし経験が少なかったり、あるいは全くない場合は作業時間分布を正確に知ることは不可能であり、必然的にプロジェクトの計画を立案する人の主観に基づいて見積ることになる。当然3点見積りをする際にもいくつかの問題点があり、例えば工期の制約等を考慮するために、故意に短く作業時間を見積ったりすることがある。また各作業に予定される作業員の人員数を仮定せずに見積ると、後に人員不足のために補給を余儀なくされる可能性が強いが、要求どおりに人が集まるかどうかは判らない。また必要以上に事故の発生を警戒したりすると、作業時間の見積りが長くなりすぎるという懸念がある。そこで“大体何日”とか、“およそ何時間”とかいった、“ばやけた”という考え方のFUZZYの概念を導入して各作業時間の不確定性を表すために提案されたのがFUZZY-PERTである。

3. FUZZY集合 FUZZY理論では不確定性を具体化するために、言語で表現されたファクター、つまり作業時間に影響を及ぼすような情報を数学的変数に変換しなくてはならない。一例として作業員の経験能力を表してみる。いまFUZZY集合を、

$$X = \{x_i / \mu(x_i)\} \quad (i = 1, 2, \dots)$$

の形で表すことにする。ここに x_i はFUZZY集合に属する要素であり、 $\mu(x_i)$ はそのメンバーシップ関数である。 $\mu(x_i)$ は、グレード(所属度)を意味し、その値が大きいかほど集合への属性が強まることを表す。例えば経験の有無による分類だけの場合は、

$$\mu(x_i) = 0 \quad (\text{経験無し}), \quad \mu(x_i) = 1 \quad (\text{経験有り})$$

となるが、経験が少ないということを表すにはFUZZY集合を利用して、

$$A = \{x_i / \mu_A(x_i) \mid 0.3/0.5, 0.2/0.7, 0.1/0.9, 0/1.0\}$$

と表すことができる。ここに x_i は経験レベルの高低を表す。つまりその作業の経験のない人は、 $x = 0$ 、ある人は、 $x = 1$ のレベルである。そして経験を積むことによって $x = 0.1, 0.2, \dots$ と0.1ずつ増加していくことを表している。

4. FUZZY集合を用いた計算手順 表-1ではFUZZY集合でsmallやmediumといった言語情報表したが、これらのFUZZY集合は、識者や研究者、仕事に精通している熟練者など多くの人々の意見を尊重して決められるべきである。

一般に二つのFUZZY集合A, Bがあったとき、そのFUZZY関係とは、

$$\mu_R(x_i, y_i) = \mu_{A \times B}(x_i, y_i) = \min\{\mu_A(x_i), \mu_B(y_i)\} \dots\dots\dots (1)$$

となるメンバーシップ関数で特徴づけられる。したがって表-1のような場合、

表-1 各ファクターに対する発生の頻度、作業時間に与える有害な結果

i	ファクター	F _i	C _i
1	天候 悪い	F ₁ =small	C ₁ =large
2	天候 普通	F ₂ =medium	C ₂ =medium
3	天候 良い	F ₃ =medium	C ₃ =very small
⋮	⋮	⋮	⋮
i	_____	F _i =_____	C _i =_____

ファクター:作業時間に影響を及ぼす要素

F_i :発生の頻度C_i :作業時間に与える有害な結果

small = (0/1.0, 0.1/0.9, 0.2/0.5)

medium = (0.3/0.2, 0.4/0.8, 0.5/1.0, 0.6/0.8, 0.7/0.2)

large = (0.8/0.5, 0.9/0.9, 1/1.0)

$$\mu_R(X_i, Y_i) = \mu_{F_i \times C_i}(X_i, Y_i) = \min \{ \mu_{F_i}(X_i), \mu_{C_i}(Y_i) \} \cdots (2)$$

により求められたF U Z Z Y集合 (F U Z Z Y行列で表される) は、それぞれ事象の発生の頻度とその発生による影響とのF U Z Z Y関係を表している。これら i 個のファクターは個別に作業時間の分布に影響するのではなく、総合的に影響するので、これら i 個の式を合成しなければならない。総合的な影響は、これら i 個の式の和集合で与えられ、そのF U Z Z Y行列をTとすると、

$$T = (F_1 \times C_1) \cup (F_2 \times C_2) \cup \cdots \cup (F_i \times C_i) \cdots \cdots (3)$$

によって求める。次に作業の所要時間のバラツキを考慮したF U Z Z Y集合を仮定する。

表-2においてCとDのF U Z Z Y関係を、

$$\mu_Q(Y_i, Z_k) = \mu_{C \times D}(Y_i, Z_k) = \min \{ \mu_C(Y_i), \mu_D(Z_k) \} \cdots \cdots (4)$$

によって求め、先と同様に総合的な影響を考えたF U Z Z Y関数 (F U Z Z Y行列) をSとすると、

$$S = (C_1 \times D_1) \cup (C_2 \times D_2) \cup (C_3 \times D_3) \cdots \cdots (5)$$

によって求める。次に事象 i が発生することと作業時間のバラツキとの関係を求めるには、事象 i の発生とその影響のF U Z Z Y関係Tと、事象 i の発生による影響と作業時間とのF U Z Z Y関係Sを次式で合成すればよい。

$$\mu_{T \circ S}(X_i, Z_k) = \max \{ \min [\mu_R(X_i, Y_i), \mu_Q(Y_i, Z_k)] \} \cdots \cdots (6)$$

いま、式 (6) によって得られたF U Z Z Y行列から確率変数を見いだす方法として、この行列の中から適当な行を抜き出すという方法を考える。例えば、

$$D = \{ d_1 / \mu(d_1), d_2 / \mu(d_2), \cdots, d_k / \mu(d_k) \} \cdots (7)$$

を抜き出したとすると、各事象の発生する確率は、Z a d e hの定義により以下のように計算できる。

$$P_k(D=d_k) = \mu(d_k) / \sum_{n=1}^k d_n \cdots \cdots (8)$$

これより作業時間の平均値dと分散σは次のようになる。

$$d = \sum_{n=1}^k d_n P_n \cdots \cdots (9) \quad \sigma^2 = \sum_{n=1}^k d_n^2 P_n - d \cdots \cdots (10)$$

表-2 Cが及ぼす完了時間Dへの影響

k	C	D
1	large	very large
2	medium	large
3	small	small

C: 作業の所要時間の事象の発生に伴う影響

(CのFUZZY集合は表-1と同じ)

Dについて large = (0.8/0.5, 0.9/0.9, 1/1.0)

small = (0/1, 0.1/0.9, 0.2/0.5)

従って表-1と表-2のように与えられるデータを、式 (2) ~ (6) の計算が行えるプログラムに入力すれば、その結果として得られる式 (8) ~ (10) の値を確率PERTのプログラムに組み込むことができ、所要の工期が計算できる。これをひとつのプログラムにまとめることにより、F U Z Z Y-P E R Tのコンピュータ・プログラムが完成する。

5. F U Z Z Y-P E R Tの今後への展望

本研究はF U Z Z Y理論を従来のPERTへ導入し、コンピュータ・プログラミング化する方法について検討してきたものであるが、この種の研究を進展させていく上で、取り組むべき問題点をまとめておく。まず今後考えなければならないことは、作業時間に影響するファクターの質と量であり、何をどの程度まで考慮すべきかといったことを考えなければならない。さらにF U Z Z Y集合のメンバーシップ関数の決め方、またF U Z Z Y集合の選択法も問題であろう。これらの問題を改善できれば、F U Z Z Y-P E R Tが一般の利用に供されることも十分考えられる。