

線形計画法による拡張Precedence Networkモデルの解析

名古屋工業大学 学生員 ○村瀬 安彦
名古屋工業大学 正員 山本 幸司

1. はじめに

近年における建設機械の発達と施工技術の革新に伴い、工事の大規模化、複雑化が急速に進展しつつある。このため建設工事の工程計画作成にあたって、各作業間の順序関係も複雑化してきたため、拡張型Precedence Networkモデルが提案されている。本研究はこれを線形計画問題として定式化し最適工期を求める手法を提案するものである。具体的には各作業間の順序関係が与えられた時、自動的に問題を定式化するとともに、各作業のES, EF, LS, LFが瞬時に求まり、その結果を利用してTF, FFも容易に求めることができるプログラムを開発する。プログラミングにおいては土木工事現場のOA化を考慮してマイクロコンピュータの利用を前提とし、本稿では簡単な適用事例も示すことにする。

2. 線形計画問題としての定式化

PERTを線形計画問題として解く方法はすでに提案されている。ここでは拡張型PNも線形計画問題として定式化できることを示す。まず作業ペア間の順序関係に着目すれば、各作業の開始時刻または終了時刻を変数とすることによってこれらの順序関係を制約条件として表すことができる。当然ある作業の開始時刻が求まれば、中断を認めない限りその作業の所要時間を加えることによってその作業の終了時刻を求めることができる。このようにしてすべての制約条件式により余裕時間(EF, TF)を含むスケジュールが表現されるため、最早工期を求めるには最終作業の開始時刻を最小化すればよく、そのような前提のもとで各作業の最遅終了時刻を求めるためには開始作業の終了時刻を最大化すればよい。以上のことにより、拡張型PNの工程計画を立案する問題は、最終作業の開始時刻の最小化および開始作業の終了時刻の最大化を目的関数とする2つの線形計画問題として定式化することになる。但しLFを求める後者では、あらかじめ制約条件に最終作業のLF値を組込む必要がある。なお拡張型PNで認められる順序関係は以下の通りである。また最早開始時刻を求めるモデルのフローを示したのが図-1である。

- $F_i F_j = n$ 作業iが終わった後n日までは作業jを終わることができない
- $F_i S_j = n$ 作業iが終わった後n日までは作業jを始めることができない
- $S_i S_j = n$ 作業iが始まった後n日までは作業jを始めることができない

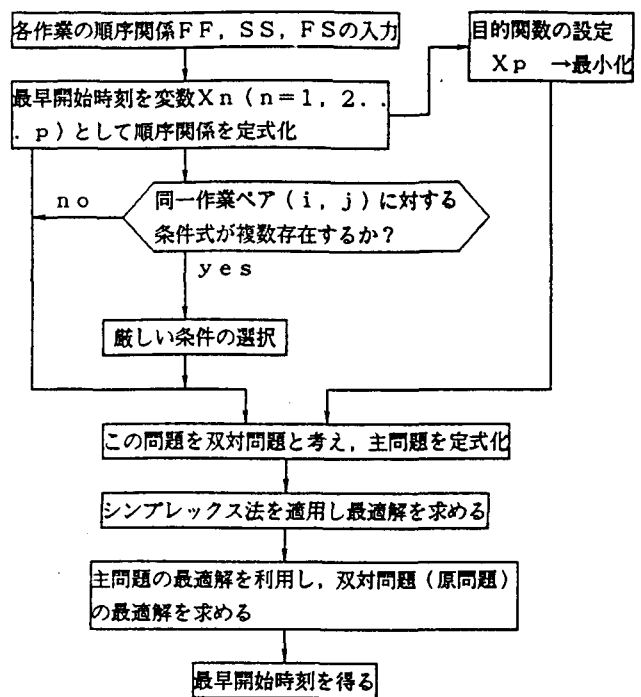


図-1 最早開始時刻を求める線形計画問題のフロー

として定式化することになる。但しLFを求める後者では、あらかじめ制約条件に最終作業のLF値を組込む必要がある。なお拡張型PNで認められる順序関係は以下の通りである。また最早開始時刻を求めるモデルのフローを示したのが図-1である。

- $S_i F_j = n$ 作業 i が始まった後 n 日までは作業 j を終わることができない
 $F_i F_j = \textcircled{n}$ 作業 i が終わった後 n 日までに作業 j は終わらなければならない
 $F_i S_j = \textcircled{n}$ 作業 i が終わった後 n 日までに作業 j は始めなければならない
 $S_i S_j = \textcircled{n}$ 作業 i が始まった後 n 日までに作業 j は始めなければならない
 $S_i F_j = \textcircled{n}$ 作業 i が始まった後 n 日までに作業 j は終わらなければならない

3. 適用例とその考案

図-2に示す簡単なネットワークに対して本モデルを適用した場合、図-3に示したように $S_2 S_4 = 5$ で示される $\boxed{4}$ は、フロー図の“同一作業ペア (i, j) に対する条件式が存在するか?”に係わる条件式となる。そこで同一作業ペア $F_2 F_4 = 5$

と比較してみると、

$$S_2 S_4 = 4 \rightarrow X_4 - X_2 \geq 4 \quad \textcircled{1}$$

$$F_2 F_4 = 5 \rightarrow (X_4 + 2) - (X_2 + 4) \geq 5$$

$$\text{ゆえに } X_4 - X_2 \geq 7 \quad \textcircled{2}$$

となり、このような場合は条件式②のみを採用する。なお目的関数 Z は先に述べたように最終作業5の最早開始時刻 X_5 の最小化

$$Z = X_5 \rightarrow \min \quad \textcircled{3}$$

となる。ここで、混合制約型の線形計画問題として定式化する場合を考える。例えば図-3の $F_1 S_3 = 3$ を $F_1 S_3 = \textcircled{3}$ に置換え、最早開始時刻を求めると制約条件式は、

$$X_3 - (X_1 + 3) \leq 3$$

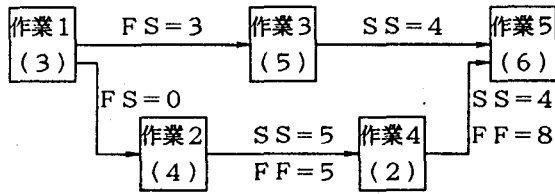
$$\rightarrow X_3 - X_1 \leq 6 \quad \textcircled{4}$$

と記され、また目的関数は式③のままとなる。したがって混合制約型LPとして容易に解く事ができる。しかし、後者のような順序関係を認める場合には線形計画問題として定式化したときは不能となる場合が存在する。例えば、 $S_2 S_4 = \textcircled{5}$ である場合は、 $F_2 F_4 = 5$ を伴っているため、“ $X_4 - X_2 \leq 5$ ” “ $X_4 - X_2 \geq 7$ ” というように、すでに制約条件式を定式化する時点で矛盾を生じてしまう。本研究ではこのような事態が生じる可能性を事前にチェックするアルゴリズムを組込んでいる。

4. おわりに

今後の課題として、より複雑かつ多数の混合制約条件を含むプロジェクトに対する適用可能性についても検討するとともに、実際の土木工事の工程計画への適合可能性についても検討していく。またすべての順序関係が与えられた時、これを入力した時点で工程ネットワークを自動作図するアルゴリズムの開発についても検討する。

【参考文献】山本他；Precedence Networkの拡張とコンピュータ処理に関する研究
土木計画学研究論文集 Vol.4, 1986



* () 内の数字は時間を表す

図-2 適用例の工程ネットワーク

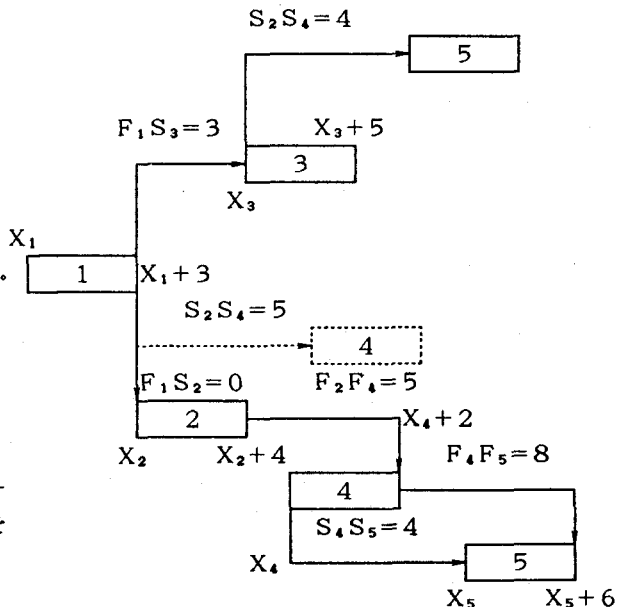


図-3 工程ネットワークと決定変数との対応