空間価格均衡モデルによる物流予測手法に関する研究

岐阜大学工学部　正会員　　宮城　俊彦
岐阜大学工学部　学生会員○鈴木　義康

1. はじめに

物資輸送システムはかなり複雑であり、多くの異なる物流分析手法がこれまでに提案されてきた。また、近年、空間価格均衡理論に基づく予測手法が提案されるようになり、物流予測手法は理論的にも整備されつつある。

本研究も空間価格均衡理論に基づく物流予測手法に焦点を合わせているが、ここでは簡便化のため輸送業者の行動は割愛し、商品の生産者、需要者そして荷主の行動のみに着目したモデルを扱っている。そして、物資の空間的な独占、寡占及び完全競争状態を表現できるモデルの提案を行っている。

2. 空間価格均衡の概念

２つの地域1，２を考え、それぞれの地域で同種の商品が生産、消費されており、それぞれの需要供給関数が与えられているとする。今、輸送費が一定であるとすると、以下の様な状況が考えられる。

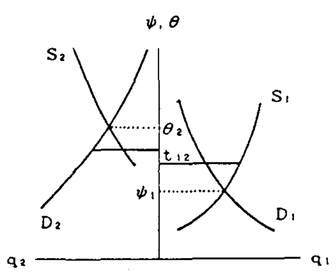

図-1 空間価格均衡の概念図

(1)　$\psi_1 + t_{12} > \theta_2$：物流は生じない

(2)　$\psi_1 + t_{12} = \theta_2$：物流が生じる

(3)　$\psi_1 + t_{12} < \theta_2$：物流が生じる

ψ_1：地域１での商品の価格，θ_2：地域２での商品の価格，t_{12}：地域１から２への輸送費用

3. モデルの定式化

(1) 均衡条件式（完全競争の場合）

(E-1) 荷主の最小費用経路選択条件

if $h_p^{ij} > 0$, then $t_p^{ij} = u_{ij}$

if $t_p^{ij} > u_{ij}$, then $h_p^{ij} = 0$　for all i, j, p

(E-2) 空間価格均衡条件

if $x_{ij} > 0$, then $\psi_i + u_{ij} = \theta_j$

if $\psi_i + u_{ij} > \theta_j$, then $x_{ij} = 0$

for all i, j

(E-3) フロー保存条件

$$x_i - Y_j + \sum_i x_{ij} - \sum_j x_{ij} = 0$$

for all i, j

h_p^{ij}：経路Pにおける商品のフロー，t_p^{ij}：経路Pにおける交通費用，u_{ij}：地域i, j間の最小交通費用，x_{ij}：地域i, j間の商品のフロー，ψ_i：地域iでの商品の限界生産費用，θ_j：地域jでの商品の需要価格

(2) 等価な数理最適化問題(SPEP-1)

$$\mathrm{Min}\ Z = \sum_i \left[\int \psi_i \, dx_i + FC_i \right] - \sum_j \int \theta_j \, dY_j + \sum_a t_a f_a \qquad (1)$$

$$\text{s.t.}\ \sum_i x_{ij} = Y_j \qquad x_i = \sum_j x_{ij}$$

$$\sum_p h_p^{ij} = x_{ij} \qquad f_a = \sum_p \delta_{ap}^{ij} h_p^{ij} \qquad (2)$$

ψ_i：逆供給関数，θ_j：逆需要関数，FC_i：固定費用，t_a：リンク a 上の輸送費用，f_a：リンクa上のフロー，h_p^{ij}：経路 p 上のフロー，δ_{ap}^{ij}：もし、リンク a が経路 p と一致していれば、1，その他、0

この最小化問題の Lagrange関数を考える。

$$\begin{aligned} L_o = & \sum_i \left[\int \psi_i \, dx_i + FC_i \right] \\ & - \sum_j \int \theta_j \, dY_j + \sum_a t_a f_a \\ & + \sum_i \sigma_i \left(\sum_j x_{ij} - x_i \right) \\ & + \sum_j \rho_j \left(Y_j - \sum_i x_{ij} \right) \\ & + \sum_i \sum_j \lambda_{ij} \left(x_{ij} - \sum_p h_p^{ij} \right) \qquad (3) \end{aligned}$$

（但し、$\sigma_i, \rho_j, \lambda_{ij}$は Lagrange乗数）

Kuhn-Tucker条件より、最適解が満足すべき条件は以下の様になる。

$$\partial L_o / \partial x_i = \psi_i - \sigma_i \geq 0 \qquad (4\text{-a})$$

$$(\partial L_o / \partial x_i)\, x_i = 0 \qquad \text{for all } i \qquad (4\text{-b})$$

$$\partial L_o / \partial Y_j = -\theta_j + \rho_j \geq 0 \qquad (4\text{-c})$$

$$(\partial L_o / \partial Y_j)\, Y_j = 0 \qquad \text{for all } j \qquad (4\text{-d})$$

$$\partial L_o / \partial x_{ij} = \sigma_i + \lambda_{ij} - \rho_j \geq 0 \qquad (4\text{-e})$$

$$(\partial L_o / \partial x_{ij})\, x_{ij} = 0 \qquad \text{for all } i, j \qquad (4\text{-f})$$

$$\partial L_o / \partial \sigma_i = x_i - \sum_j x_{ij} \geq 0 \qquad (4\text{-g})$$

$$(\partial L_o / \partial \sigma_i)\, \sigma_i = 0 \qquad \text{for all } i \qquad (4\text{-h})$$

$$\partial L_o / \partial \rho_j = \sum_i x_{ij} - Y_j \geq 0 \qquad (4\text{-i})$$

$(\partial L_0/\partial \rho_j)\ \rho_j = 0$ for all j (4-j)

$\partial L_0/\partial h_p = \sum_a t_a \delta_{ap}^{ij} - \lambda_{ij} \geq 0$ (4-k)

$(\partial L_0/\partial h_p^{ij})\ h_p^{ij} = 0$ for all p (4-l)

以上の最適条件式より以下のことが言える。

① σ_iは限界生産費用ψ_iに等しい。

② ρ_jは需要価格θ_jに等しい。

③ λ_{ij}は地域間最小交通費用である。

④ 荷主の輸送行動は Wardrop均衡条件を満足する。

⑤ (SPEP-1)の解は均衡条件(E-1)～(E-3)を満足する。

(3) 独占モデル(SPEP-2)

地域的独占が行われている場合の企業の利潤関数は、$\sum_j \theta_j(Y_j)Y_j$ で与えられる。よって、以下の最適問題を得る。

$$\mathrm{Min}\ Z = \sum_i [\ \int \psi_i\, dx_i + FC_i\ ] - \sum_j \theta_j(Y_j)\ Y_j + \sum_a t_a f_a \quad (5)$$

s.t. 式(2)に同じ。

この最小化問題の最適解は、一部を除いて(SPEP-1)と同様な条件式を得る。(SPEP-1)と異なる所は以下の様である。'

$$\theta_j(Y_j) + (\partial \theta_j(Y_j)/\partial Y_j)\ Y_j = \rho_j \quad \text{if } Y_j > 0 \quad (6)$$

よって、

$$\psi_i + u_{ij} - (\partial \theta_j(Y_j)/\partial Y_j)\ Y_j = \theta_j(Y_j) \quad (7)$$

一般に、$\partial\theta j/\partial Yj<0$ である。したがって、物資の地域的独占が行われている場合には、完全競争状態と比べ、需要側は高い値段を支払わされることになる。

(4) 寡占モデル(SPEP-3)

寡占状態は Nash均衡問題として知られている。このとき、地域iの企業の利潤関数は、

$\sum_j \theta_j(\sum_i x_{ij})x_{ij}$ となる。この場合、地域全体の均衡モデルは複雑になり容易に解くことができないが、需要関数が線形ならば、上述の最適化問題と類似の問題として定式化できる。詳細は紙面の関係上割愛する。

(5) 統一モデル(SPEP)

逆需要関数が、$\theta_j = \alpha_j - \beta_j\ Y_j$ というように線形関数で与えられるとき、上述の(SPEP-1)～(SPEP-3)は、x_{ij}の関数 $W_{ij}(x_{ij})$を導入することによって、以下のように統一された最適化問題に表現することができる。

$$\mathrm{Min}\ Z = \sum_i [\ \int \psi_i\, dx_i + FC_i\ ] - \sum_j \int \theta_j\, dY_j + \sum_i \sum_j \int W_{ij}\, dx_{ij} + \sum_i \sum_j t_{ij}\, x_{ij} \quad (8)$$

s.t. 式(2)に同じ。

このとき、各々の物流市場状態は、W_{ij}を次のように設定すればよい。

完全競争の場合: $W_{ij}=0$

独占の場合: $W_{ij}=1/2\ \beta_j\ Y_j$

寡占の場合: $W_{ij}=\ \beta_j x_{ij}$

すなわち、W_{ij}は地域i,j間の物資流動に伴う外部性を表現する項と考えることができる。上記の市場状態の他にも輸送の不確実性を表す測度として、$W_{ij}= \ln x_{ij}$ とおけば、確率的な空間価格均衡モデルを得ることができる。また、W_{ij}は輸送における混雑費用とおくことも可能である。

4. 解法

(SPEP)はFrank-Wolfeの分解原理を用いて解くことができる。以下では、$W_{ij}=0$,すなわち、完全競争状態の場合に適用した例を示す。

【(SPEP-1)への適用】

(1) 線形近似

目的関数をテーラー展開することによって、以下の様な補助線形問題を得る。

$$\mathrm{Min}\ \tilde{Z} = \sum_i \psi_i \tilde{X}_i - \sum_j \theta_j\ \tilde{Y}_j + \sum_a t_a \tilde{f}_a \quad (9)$$

$$\text{s.t.}\ \sum_i \tilde{X}_{ij} = \tilde{Y}_j \quad \tilde{X}_i = \sum_j \tilde{X}_{ij}$$

$$\sum_p \tilde{h}_p^{ij} = \tilde{X}_{ij} \quad \tilde{f}_a = \sum_p \delta_{ap}^{ij} \tilde{h}_p^{ij} \quad (10)$$

この問題は、よく知られた Hitchicock型の輸送問題である。ただし、$\{\tilde{X}_i\}$ $\{\tilde{Y}_j\}$は前もって与えられた値ではないので、何らかの方法で与える必要がある。本研究では次の方法で$\{\tilde{X}_i\}$ $\{\tilde{Y}_j\}$を与える。まず、次のような線形の限界費用関数、逆需要関数を仮定する。

$$\psi_i = \nu_i + \eta_i x_i,\quad \theta_j = \alpha_j - \beta_j\ Y_j \quad (11)(12)$$

そして、$\{\tilde{Y}_j\}$の決定のためには、まず、すべての$x_i=0$とおき、$\min_i\{\nu_i + t_{ij}\} = \theta_j$より、$\{\tilde{Y}_j\}$の上限を求める。$\{\tilde{X}_i\}$の上限についても同様に $Y_j=0$とおいて、$\max_j\{\alpha_j + t_{ij}\} = \psi i$として、上限値$\{\tilde{X}_i\}$を求める。

【参考文献】

(1) Harker and Friesz (1985):Prediction of intercity freight flow, I:Theory, and, II:Mathematical Formuration, Trans.Res.