

OD交通量のダイナミックな推定方法について

信州大学工学部 正会員 奥谷 巖 学生員 ○国友 良行

1. はじめに 近年、道路ネットワーク中で観測されるリンク交通量よりトリップマトリクスを推計する研究が注目を浴びている。しかしながら、これらの研究の多くはトリップマトリクスを定常的に推計する方向で考えられているために、ダイナミックな推計が交通制御体系を計画するのに必要な場合等には、適当であるか疑問である。そこで本研究では、カルマンフィルタ理論を用いたOD交通量のダイナミックな推定方法について検討を行う。

2. 推定方法 ネットワーク中に n 個のODペアと M 個のリンクを考える。 $x_i(t)$ を t 時点における i 番目のOD交通量、 $y_j(t)$ を t 時点における j 番目のリンク観測交通量とする。ここで、 $x_i(t+1)$ を要素にもつ n 次元ベクトル $x(t+1)$ を仮定し、 $x(t+1)$ は次に示す状態方程式により遷移するものとする。

$$x(t+1) = \sum_{m=0}^q H_m(t) x(t-m) + w(t) \quad (1)$$

ここに、 $H_m(t)$: パラメータマトリクス $n \times n$, $w(t)$: 誤差ベクトル (平均値 = 0, 分散 = R)、である。次に、 t 時点においてリンク i を使用するOD $x_j(t-m)$ の割合を $\theta_{ij}^m(t)$ とし、 (i, j) 要素に $\theta_{ij}^m(t)$ をもつ $M \times n$ のマトリクスを $\theta^m(t)$ とすると、観測方程式は次のように表すことができる。

$$y(t) = \sum_{m=0}^p \theta^m(t) x(t-m) + v(t) \quad (2)$$

ここに、 $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T$: リンク観測交通量ベクトル、 $v(t)$: 誤差ベクトル、 p : ODトリップに必要な最大時間間隔、である。ここで、割合 $\theta^m(t)$ に関してであるが、実際のところ正確な $\theta^m(t)$ を与えることは不可能である。従って式(2)中の誤差 $v(t)$ は必然的に大きくなると考えられる。そこで、ここでは誤差 $v(t)$ の平均値 $b(t)$ を推定することにより $\theta^m(t)$ の値による推定精度の低下を防ぐことを考える。 $v(t)$ と $b(t)$ の関係を式(3)に示す。

$$v(t) = b(t) + V(t) \quad (3), \quad V(t) : \text{誤差ベクトル (平均値=0, 分散=R}_1\text{)}$$

観測方程式として式(2)の代わりに式(3)の関係をもつ式(4)を考える。

$$y(t) = \sum_{m=0}^p \theta^m(t) x(t-m) + b(t) + V(t) \quad (4)$$

また、平均値 $b(t)$ は式(5)に示す状態方程式により遷移するものとする。

$$b(t+1) = b(t) + e(t) \quad (5), \quad e(t) : \text{誤差ベクトル (平均値=0, 分散=R}_2\text{)}$$

式(1), (4), (5)を直接カルマンフィルタ理論に適用することは不可能なので、次に示す新たな状態変数を定義する。

$$x_i^m(t) = x_i(t-m) \quad (i = 1, 2, \dots, n; m = 0, 1, \dots, r), \quad r = \max(q, p) \quad (6)$$

$x^n(t) = [x_1^n(t), x_2^n(t), \dots, x_n^n(t)]^T$ (7), $X(t) = [x^1(t)^T, x^2(t)^T, \dots, x^r(t)^T, b(t)^T]^T$ (8)
式(1), (4), (5)は、上式を用いて次のように表すことができる。

$$X(t+1) = \Phi(t) X(t) + W(t) \quad (9), \quad y(t) = \theta(t) X(t) + V(t) \quad (10)$$

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \phi(t) & 0 \\ I_n & 0 \end{bmatrix}, \quad \phi(t) = \begin{bmatrix} H(t) \\ I_n & 0 \end{bmatrix}, \quad W(t) = [w^T(t), 0, e^T(t)]^T : N \times 1, \quad N = n(r+1) + M$$

ここに、 I_j : 単位マトリクス $j \times j$, $H(t) = [H_0(t), H_1(t), \dots, H_r(t)] : n \times n(r+1)$

また、 $m > q$ のとき $H_m(t) = [0] : n \times n$, $m > p$ のとき $\theta^m(t) = [0] : M \times n$

ここで、式(9), (10)にカルマンフィルタ理論を適用すると、OD交通量の最適推定値 $\hat{X}(t+1; t+1)$ は、次式によって与えられる。

$$\hat{X}(t+1; t+1) = \Phi(t) \hat{X}(t; t) + K(t+1) [y(t+1) - \theta(t+1) \Phi(t) \hat{X}(t; t)] \quad (11)$$

$K(t)$ はカルマンゲイン行列で、次に示す漸化式から計算される。

$$K(t) = S(t) \theta^T(t) + [R_1 + \theta(t) S(t) \theta^T(t)]^{-1} \quad (12)$$

$$S(t) = \Phi(t-1) Q(t-1) \Phi^T(t-1) + R \quad (13), \quad Q(t) = S(t) - K(t) \theta(t) S(t) \quad (14)$$

$S(t)$ は真値 $X(t)$ と推定値 $\hat{X}(t; t-1)$ との誤差の分散である。

推定値 $\hat{X}(t; t-1)$ は、次式より計算される。

$$\hat{X}(t; t-1) = \Phi(t-1) \hat{X}(t-1; t-1) \quad (15)$$

このように、式(11)～(14)で初期値と誤差の分散が与えられると、入力データ $y(t)$ により逐次計算が可能となりOD交通量が推定できる。 $\Phi(t)$ のパラメータ同定については、ここでは省略するが、式(1)で $q=0$ とすると $H_0(t)$ が単位マトリクスとなり、パラメータ $\Phi(t)$ を同定する必要がなくなる。また、その時の状態方程式は、最も単純であると同時に実用的であると考えられる。

3. 適用例

解析ネットワークとして図-1に示した8個のリンクを含むネットワークを、ODペアとしてOD1:①→⑨, OD2:①→⑩, OD3:⑦→⑨, OD4:⑦→⑩, OD5:⑧→⑨, OD6:⑧→⑩の6つを考える。ODiの時間平均交通量 $Q_i(t)$ ($i=1-6; t=0-4$) を表-1のように与えそれより内挿法を利用して5分ごとの15分間交通量を計算し、その15分間交通量を平均値としたポアソン分布の乱数を実際のOD交通量(真値)とし解析を行う。実際のリンク交通量は式(2)の右辺第1項の $\theta^*(t)$ を適当に決定して、実際のOD交通量を代入することにより求めることができる。ただし今回は、 $p=1$ として計算を行う。ここでリンク交通量は実際に観測されるものであるため、測定の際に誤差が伴うと考えられる。それでここでは、上で求めたリンク交通量に測定誤差を加えたものをリンク観測交通量として用いる。測定誤差は、平均値 = γ^* (実際のリンク交通量) ; 分散 = V の一様乱数で与えることにする。

このようにして求められたリンク観測交通量を用いて、前述した推定方法によりOD交通量を推定するのであるが、ここでは実用的であると考えられる状態方程式(式(1)で $q=0$ とおいた式)を用いて計算を行うことにする。まず、測定誤差の平均値の係数 γ がどの程度影響を及ぼすかを検討する。係数 γ の場合分けを表-2に示す。この場合、測定誤差の分散 $V=400$ として推定を行う。各場合の結果として、実際のOD交通量(真値)に対する誤差指標を表-3に、また測定誤差の平均値を推定しなかった場合の誤差指標を表-4に示す。これらの二つの誤差指標を比較するとわかるように測定誤差の平均値を推定する方法において精度の向上がみられる。

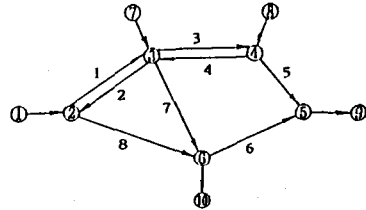


図-1 解析ネットワーク

表-1 各ODの時間平均交通量

i	0	1	2	3	4
$Q_1(t)$	1000	1500	4500	3000	2300
$Q_2(t)$	2800	1200	3000	2500	3300
$Q_3(t)$	2000	4000	1800	1200	1000
$Q_4(t)$	1700	3500	1500	2000	2700
$Q_5(t)$	900	2300	3800	4300	3900
$Q_6(t)$	2500	5000	3300	4300	4700

表-2 係数 γ の場合分け

γ_1	[0.05, 0.05, 0.05, 0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05]
γ_2	[0.10, 0.10, 0.10, 0.10, -0.10, -0.10, -0.10, -0.10]
γ_3	[0.20, 0.20, 0.20, 0.20, -0.20, -0.20, -0.20, -0.20]
γ_4	[0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05]
γ_5	[0.10, 0.10, 0.10, 0.10, 0.10, 0.10, 0.10, 0.10]
γ_6	[0.20, 0.20, 0.20, 0.20, 0.20, 0.20, 0.20, 0.20]

表-3 平均誤差指標

γ	単純平均誤差率	加重平均誤差率	最大誤差率	MAE	RMS	一致係数
γ_1	0.072	0.083	0.348	44.371	55.235	0.963
γ_2	0.111	0.136	0.663	68.484	88.960	0.940
γ_3	0.187	0.219	0.660	128.496	156.776	0.894
γ_4	0.062	0.071	0.323	39.219	47.982	0.969
γ_5	0.093	0.104	0.372	64.187	75.756	0.952
γ_6	0.156	0.174	0.473	110.330	129.140	0.921

表-4 平均誤差指標

γ	単純平均誤差率	加重平均誤差率	最大誤差率	MAE	RMS	一致係数
γ_1	0.077	0.089	0.347	50.942	63.573	0.958
γ_2	0.122	0.142	0.366	83.470	103.661	0.930
γ_3	0.224	0.261	0.696	155.018	191.068	0.871
γ_4	0.064	0.075	0.378	41.643	51.571	0.967
γ_5	0.102	0.113	0.427	70.013	81.735	0.948
γ_6	0.196	0.204	0.525	138.377	152.227	0.908

【参考文献】 奥谷 巖: The Kalman Filtering Approaches in Some Transportation and Traffic Problem Proceeding of the Tenth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 1987.7