

単純せん断試験の2次元解析と3次元解析の比較

名古屋工業大学 正員 松岡 元, 学生員 ○福元 信一

実際の地盤は単純せん断的な挙動を示すことが多いので、単純せん断を適切に解析できるかどうかは重要な問題である。2次元の単純せん断については、アルミ丸棒積層体を試料とした「2次元一般応力試験機」を用いて実験を行い、一般座標表示の土の構成式を用いて適切に解析できることをすでに発表している¹⁾。しかし実際の地盤は3次元であるため、3次元で解析するほうが望ましいように思われる。そこで、今回は同じ土の構成式に基づいて主ひずみ増分の重ね合わせを認めて3次元化をはかり²⁾、3次元状態で解析して2次元解析結果と比較した。

1. 主応力軸回転の影響を評価できる一般座標表示の土の構成式²⁾

提案モデルは、降伏条件を応力比(ϕ_{m0} : 動員されている内部摩擦角)、主応力軸の回転角(α)、平均主応力(σ_m)、の3つとしており、せん断ひずみ増分が①せん断($d\phi_{m0}$)によるせん断ひずみ増分: $d\gamma_{xy}^s$, ②主応力軸の回転($d\alpha$)によるせん断ひずみ増分: $d\gamma_{xy}^r$, ③異方圧密($d\sigma_m$)によるせん断ひずみ増分: $d\gamma_{xy}^{ac}$ の和として表される。

$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{xy}^s + d\gamma_{xy}^r + d\gamma_{xy}^{ac} \quad (1)$$

なお、②の $d\gamma_{xy}^r$ においては、 σ_1 と $d\epsilon_1$ の方向に角度 δ のズレ($\delta \approx 30^\circ$)が生じることを考慮している。式(1)と応力比~ひずみ増分比関係を組み合わせることにより、それぞれの垂直ひずみ増分 $d\epsilon_x$, $d\epsilon_y$ を求め、最後に④等方圧密($d\sigma_m$)による垂直ひずみ増分: $d\epsilon_x^{ic} = d\epsilon_y^{ic}$ を加える。以上述べた構成式は2次元のものであるため、主ひずみ増分の重ね合わせを仮定して3次元に拡張した。図-1に示すような単純せん断状態では、 $d\phi_{m0}$, $d\alpha$, $d\sigma_m$ はいずれも一般応力増分($d\sigma_x$, $d\sigma_y$, $d\sigma_z (=d\sigma_{II})$, $d\tau_{xy}$)で表現されるので、次式のような一般応力増分と一般ひずみ増分を直接結び付けた土の構成式の定式化が可能となる。

$$(d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z, d\gamma_{xy})^T = [K]^{-1} \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\sigma_z, d\tau_{xy}\}^T \quad (2)$$

$$(d\epsilon_z = d\epsilon_{II}, d\sigma_z = d\sigma_{II})$$

2. 排水条件下の単純せん断の境界条件

図-1は排水条件下での3次元単純せん断の概念図を示している。単純せん断とは鉛直応力を一定に保ち($d\sigma_x = 0$)、側方変位を拘束($d\epsilon_y = d\epsilon_z = 0$)しながら、せん断応力を加えるものである。従って、せん断・垂直応力比の増加、平均主応力の増加とともに、 xy 面内では主応力軸の回転が生じる。I、II、III軸はそれぞれ主応力軸を表しており、 α_{xy} はI軸と x 軸(σ_x 方向)のなす角度を表している。なお、 x, y, z 軸は固定されており、 z 軸とII軸とは一致している。以上の境界条件をまとめれば次のようになる。

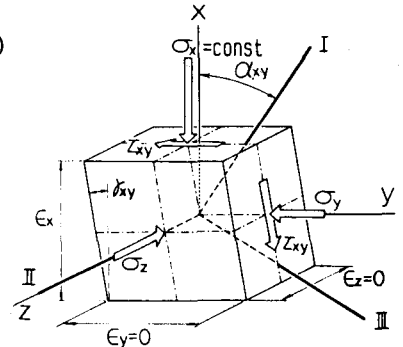


図-1 排水条件下の3次元単純せん断の概念図

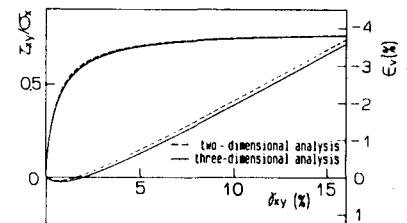


図-2 単純せん断面上のせん断・垂直応力比~せん断ひずみ~体積ひずみ関係の解析結果

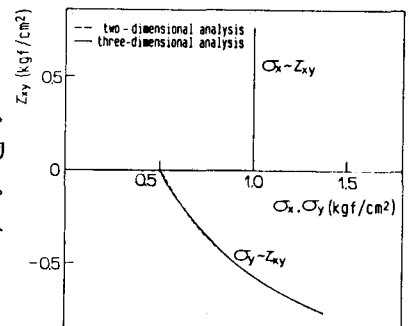


図-3 単純せん断時の有効応力経路の解析結果

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_x &= 0 \quad (\sigma_x = \text{const}) \\ d\epsilon_y &= d\epsilon_y^s + d\epsilon_y^r + d\epsilon_y^{ac} + d\epsilon_y^{ic} = 0 \\ d\epsilon_z &= d\epsilon_z^s + d\epsilon_z^{ac} + d\epsilon_z^{ic} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(2)は4元の連立方程式であるので、式(3)の3個の境界条件および $d\tau_{xy}$ の値を与えることによって未知数 $d\epsilon_x$, $d\tau_{xy}$, $d\sigma_y$, $d\sigma_z (=d\sigma_{II})$ が決定され、単純せん断の3次元解析を行うことができる。

3. 単純せん断の3次元解析と2次元解析の比較

図-2～5は鉛直応力 $\sigma_x = 1 \text{ kgf/cm}^2$ 、せん断初期の水平・鉛直応力比 $\sigma_{y0}/\sigma_{x0} = 0.5$ とした場合の、豊浦砂の単純せん断の3次元解析結果と2次元解析結果を比較したものである。実線は3次元解析結果、破線は2次元解析結果を表す。図-2は単純せん断面上のせん断・垂直応力比～せん断ひずみ～体積ひずみの関係である。同図より、3次元解析の方が少しだけ体積ひずみが圧縮側に寄るのが見られる。3次元解析では σ_{II} を考慮することによって、主応力比として σ_I/σ_{II} の他に、 σ_I/σ_{III} , σ_{II}/σ_{III} という2つの主応力比も存在する。この2つの主応力比が変化することによって、この場合は圧縮側の体積ひずみが計算されると考えられる。ところが、解析結果によると $\sigma_I/\sigma_{III} = 2 \sim 4.9$ と大きく変化するのに対し、 $\sigma_I/\sigma_{II} = 2 \sim 2.6$, $\sigma_{II}/\sigma_{III} = 1 \sim 1.9$ というようにその変化が小さいので、 σ_{II} を考慮することによって算定されるひずみは小さい。そのために3次元解析結果と2次元解析結果の間に大きな差異が見られないと考えられる。図-3は有効応力経路図を示している。3次元解析と2次元解析で応力値に大きな差はなく、せん断がある程度進むとほとんど一致する。図-4は各種応力値をせん断ひずみとの関係で描いたものであるが、この図には図-3と同様、各種の応力値がほとんど一致しているのが見られる。3次元解析によって σ_{II} を算定できるようになったが、図-4をよく見るとせん断初期 ($\tau_{xy} < 0.18\%$) において $\sigma_{II} < \sigma_{III}$ となっている。これは、中空ねじりせん断試験機による単純せん断試験の実測データの傾向とも一致している。なお、この傾向は主応力軸の回転によって算定されるひずみを考慮しない場合には表現できない(せん断初期において主応力軸の回転角は大きい(図-5参照))。図-6はせん断・垂直応力比と主応力軸の回転角との関係の解析結果を示している。 $\sigma_{y0}/\sigma_{x0} = 0.9$ の場合に図のような下に凸な曲線となるのは、モールの応力円が小さいので同じ τ_{xy}/σ_x に対してせん断初期に主応力軸がより大きく回転するためと考えられる。以上より、排水単純せん断の3次元解析結果と2次元解析結果にはほとんど差が無いことがわかったが、図-4において考察したように、主応力軸の回転による影響も再認識できた。なお、解析に用いたパラメータは、豊浦砂を対象とした、 $\phi = 42^\circ$, $Cc/(1+e_0) = 0.9\%$, $Cs/(1+e_0) = 0.5\%$, $\lambda = 1.1$, $\mu = 0.2$, $ks = 0.33\%$ である。

文献 1) 松岡他(1988): 第23回土質工学会講演概要集, 154, pp. 389-390

2) 松岡他(1986): Proc. of 2nd Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Ghent, pp. 67-78.

3) プラダン他(1988): S & F, Vol. 28, No. 2, pp. 95-112

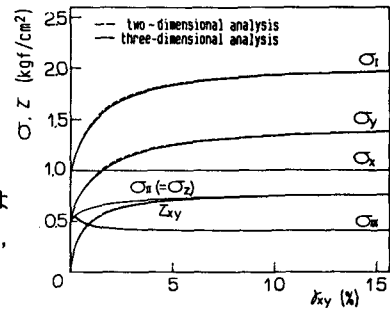


図-4 各種応力値～せん断ひずみ関係の解析結果

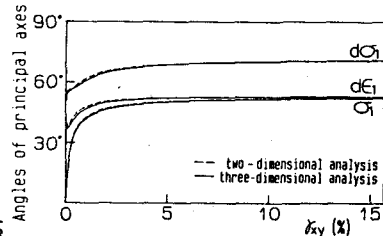


図-5 主応力増分, 主ひずみ増分, 主応力の各主軸方向～せん断ひずみ関係の解析結果

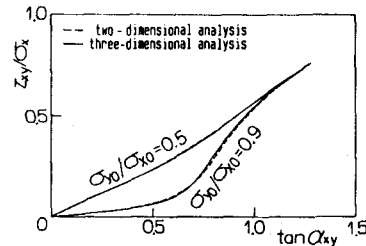


図-6 単純せん断時の $\tau_{xy}/\sigma_x \sim \tan \alpha_{xy}$ 関係の解析結果