

摩擦性・粘着性材料の一般的な破壊規準

名古屋工業大学 正員 松岡 元, 学生員 ○星川 拓哉, 上野 健治

粒状体のような粒子間のボンドのないバラバラの摩擦性材料から、金属のような結晶構造より成るボンドの強固な粘着性材料まで、広範囲な工学材料を対象として、統一的な破壊規準を物理的・力学的意味の明確な形で提案することは魅力ある重要課題である。著者らは土のような粒状体の破壊規準としてすでに空間滑動面 (Spatially Mobilized Plane; SMP) に基づいた松岡・中井規準¹⁾を提案しており、金属のようなボンドの強固な粘着性材料のためのトレスカ規準やミーゼス規準、粒状体のようなボンドのない摩擦性材料のためのモール・クーロン規準との明確な相互関係も論じている²⁾。ここでは、粒状体のような摩擦性材料と金属のような粘着性材料の中間の特性を持つ材料の破壊規準の提案を試みる。

粘着成分を有する摩擦性材料のための破壊規準

大槓³⁾はすでに空間滑動面 (SMP) の概念に基づいて以下と同様の考察を行っているが、式の誘導過程に問題があると思われるので、ここで新たに式を導入する。すでに提案している松岡・中井規準¹⁾を粘着成分を有する材料に対しても拡張するため、3次元応力下の3つのモールの応力円に σ 軸上の負の1点(この絶対値をボンド応力 σ_0 と名付ける。 $\sigma_0 = c \cdot \cot \phi$ (c : 粘着力, ϕ : 内部摩擦角))から接する3本の直線を想定する (図-1 参照)。このとき、 σ_0 だけ平行移動した $\hat{\sigma}$ 軸からみれば、以前の $\sigma_0 = 0$ の場合と同じ式の展開が可能であることに注意する。すなわち、主応力 $\hat{\sigma}_1$ 、応力不変量 $\hat{J}_1$, $\hat{J}_2$, $\hat{J}_3$, 摩擦・粘着性材料のための空間滑動面の法線方向余弦 $\hat{a}_i$ は次式で表される (図-2 参照)。

$$\hat{\sigma}_i = \sigma_i + \sigma_0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{J}_1 &= \hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3 = (\sigma_1 + \sigma_0) + (\sigma_2 + \sigma_0) + (\sigma_3 + \sigma_0) \\ \hat{J}_2 &= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 + \hat{\sigma}_3 \hat{\sigma}_1 \\ &= (\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0) + (\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0) + (\sigma_3 + \sigma_0)(\sigma_1 + \sigma_0) \\ \hat{J}_3 &= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 = (\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\hat{a}_i = \sqrt{\frac{\hat{J}_3}{\hat{\sigma}_i \hat{J}_2}}$$

式(3)において、 $\sigma_0 = 0$ のときには $\hat{a}_i = a_i = \sqrt{J_3 / (\sigma_i J_2)}$ となり、従来より粒状材料に対してうまく適用されているSMPの法線方向余弦と一致し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ のときは $a_i = 1/\sqrt{3}$ となり、従来より金属材料に対してうまく適用されている正八面体面の法線方向余弦と一致することは興味深い。摩擦・粘着性材料のための空間滑動面上の垂直応力 $\hat{\sigma}_{SMP}$ 、せん断応力 $\hat{\tau}_{SMP}$ は次式で表される。

$$\hat{\sigma}_{SMP} = \hat{\sigma}_1 \hat{a}_1^2 + \hat{\sigma}_2 \hat{a}_2^2 + \hat{\sigma}_3 \hat{a}_3^2 \quad (4)$$

$$\hat{\tau}_{SMP} = \sqrt{(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (\hat{\sigma}_3 - \hat{\sigma}_1)^2 \hat{a}_3^2 \hat{a}_1^2} \quad (5)$$

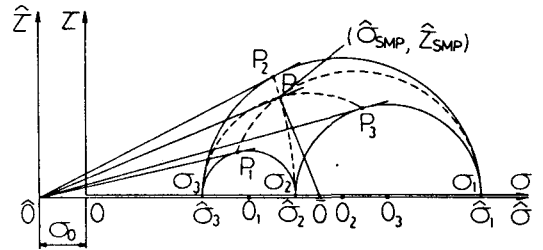


図-1 粘着成分を有する摩擦性材料のための空間滑動面上のせん断応力($\hat{\tau}_{SMP}$)と垂直応力($\hat{\sigma}_{SMP}$)

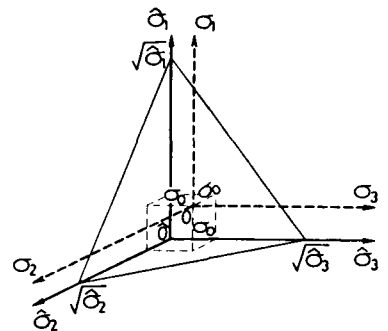


図-2 粘着成分を有する摩擦性材料のための空間滑動面 (摩擦軸は σ_i , $\hat{\sigma}_i$ の方向を表す)

もし摩擦・粘着性材料が、摩擦性材料の場合と同様に、 $\hat{c}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP}$ がある一定値に達したとき破壊するものとすれば、次の破壊規準を得る。

$$\frac{\hat{c}_{SMP}}{\hat{\sigma}_{SMP}} = \sqrt{\frac{\hat{J}_1 \hat{J}_2 - 9 \hat{J}_3}{9 \hat{J}_3}}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4(\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0)} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{4(\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0)} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{4(\sigma_3 + \sigma_0)(\sigma_1 + \sigma_0)}}$$

$$= \text{const.} \quad (6)$$

あるいは、

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{(\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0)} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{(\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0)} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{(\sigma_3 + \sigma_0)(\sigma_1 + \sigma_0)}$$

$$= \text{const.} \quad (7)$$

図-3は、式(6)、(7)による破壊規準の3次元応力空間における形を示したものである。図-2、3より σ_0 を変えても相似形に変化するだけで、形そのものは松岡・中井規準($\sigma_0=0$ の場合)と変わらないのが理解される。なお、Houlsby⁴⁾は、トレスカ、ミーゼス、モール・クーロン、松岡・中井規準の式の形からの類推に基づいて、次式を導いている。

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{(c + \mu \sigma_1)(c + \mu \sigma_2)} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{(c + \mu \sigma_2)(c + \mu \sigma_3)} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{(c + \mu \sigma_3)(c + \mu \sigma_1)}$$

$$= 8 \quad (8)$$

ここで、 $\sigma_0 = c/\mu$ ($\mu = \tan \phi$)に留意すれば、式(8)は式(7)と同じ形であることが理解される。ここでは、その物理的・力学的意義付けをしたことになろう。なお、式(7)、(8)は $c=0$ ($\sigma_0=0$)のときは松岡・中井規準に、 $\mu=0$ ($\sigma_0 \rightarrow \infty$)のときはミーゼス規準になる。図-4は、 $\tau_1 \sim \sigma$ 関係図で破壊線が上に凸なカーブとなることに着目し、低拘束圧下では ϕ を大きく($\phi=52^\circ$)、高拘束圧下では ϕ を小さく($\phi=23^\circ$)した式(7)による(あるいは松岡・中井規準による)計算例を示している。図-5には代表的なコンクリートの破壊の実測値⁵⁾を示した。なお、岡島⁶⁾も松岡・中井規準に基づきコンクリートの破壊に関して上記と同様の規準を発表している。

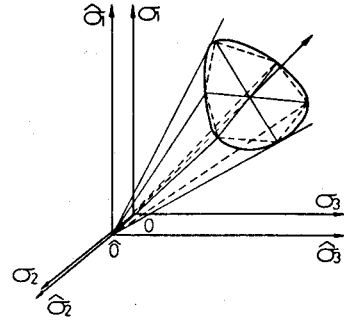


図-3 3次元応力空間で表した粘着成分を有する摩擦性材料のための提案破壊規準

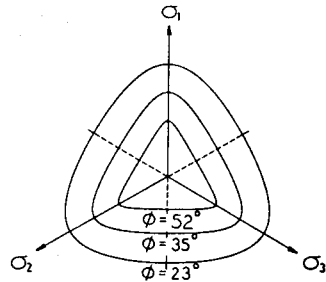


図-4 正八面体面上での提案破壊規準の計算例

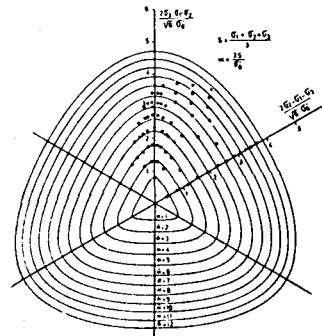


図-5 正八面体面上でのコンクリートの破壊応力状態の実測例⁵⁾

謝辞 名工大・岡島達雄教授にはコンクリートの強度試験データについて有益な御教示をいただいた。

文献 1) Matsuoka & Nakai (1974): Proc. Japan Society of Civil Eng., No. 232, pp. 59-70.

2) Matsuoka & Nakai (1985): Soils and Foundations, Vol. 25, No. 4, pp. 123-128.

3) Ohmaki (1979): Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, pp. 465-474.

4) Houlsby (1986): Soils and Foundations, Vol. 26, No. 2, pp. 97-101.

5) Magnas & Audibert (1971): ANNALES DE L'INSTITUT TECHNIQUE DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS, No. 287

6) 岡島 (1979): 日本建築学会大会講演梗概集, 1066, pp. 131-132.