Ⅲ－15

パスカル分布によるまさ土の粒度分布特性

名城大学　大学院　　学生会員　○田口泰敏
名城大学理工学部　　　正会員　　板橋一雄、立石哲郎

1．はじめに

土の粒度分布を確率モデルで表現する研究は古くから行われており、対数正規分布やパスカル分布がよく適合するという報告がある。筆者らは木曽川から採取した川砂の粒度分析試験を行い、連続分布である正規分布や対数正規分布を当てはめ、従来より示されているように対数正規分布がより適合することを明らかにしてきた[1]。一方、福本はまさ土の粒度分布が離散分布であるパスカル分布で表せることを示している[2),3)]。そこで、この報告では三河地方から採取したまさ土を用いてふるいによる粒度分析試験を実施し、パスカル分布のパラメータｒとｍの関係、カイ２乗検定によるパスカル分布の適合の程度、当てはめたパスカル分布と元データの特性値の対応関係を明らかにしたので、報告する。

2．福本による粒度分布式の導き出し

福本は最大粒径d_{max}の粒子１個が単位年毎に分解するモデルを考えた。その分解の際には、分解粒子の径は公比λの等比級数を形成し、隣接する粒径の残留率の比ｒが一定であると仮定した。こうした単純な仮定に基づき離散分布であるパスカル分布が得られるが、その残留率は次式で表現される[2),3)]。

$$q_n(r,\ m)=\binom{n+m-2}{n-1}(1-r)^m r^{n-1}\quad,\ n=1,\ 2,\ \cdots \qquad \cdots(1)$$

ここに、ｎはd_{max}から細粒方向への粒径の番号、ｍは経過単位年数（分解の回数）であり、この分布はパラメータｒとｍにより規定されることになる。ところで、パスカル分布のパラメータは粒度分布の平均値、分散と次式の関係がある[4)]ので、μ_nとσ_n^2を与えて、連立して解けば分布パラメータが得られる。

$$\mu_n=\frac{mr}{1-r}\qquad\cdots(2)\qquad\qquad \sigma_n^2=\frac{mr}{(1-r)^2}\qquad\cdots(3)$$

3．分布パラメータの関係ならびに分布特性の検討

まさ土の粒度分布に対するパスカル分布の適合度を検討するために、三河地方から採取したまさ土を用いて、ＪＩＳ規格ふるい（ふるい目の比λ≒一定）による粒度分析試験を実施した。

パスカル分布は離散分布であるので粒径の頻度分布を離散化するために次の方法をとった。まず、頻度分布より粒径加積曲線を描き、最大粒径d_{max}と粒径の比λを仮定し、粒径d_1、d_2、d_3…… に対応する加積通過率を求めた。そして、相隣り合う粒径d_{i-1}とd_iの加積通過率の差を粒径d_iの頻度として離散分布を決定した。

福本はパスカル分布のパラメータｒとｍが特異な関係を示し、粒子の分解がこの関係に沿って進むと述べている。今回の実験結果では、ｒが小さいところで福本の関係からのずれが現れており、この点を解消するために、ｒ～ｌｏｇ(ｍ)ならびにｌｏｇ(ｒ)～ｌｏｇ(ｍ)の関係で再整理を行った。その結果、福本のデータ（d_{max}=1000mm）と三河地方のまさ土のデータの両者とも、ｌｏｇ(ｒ)～ｌｏｇ(ｍ)の関係で整理した方が、より相関係数ρの高い直線で表現できることがわかった。実験結果の一例を図－１に示すが、d_{max}を仮定するための根拠は何もないため、この図には、d_{max}を1000mm, 100mmと仮定したときのｌｏｇ(ｒ)～ｌｏｇ(ｍ)の関係を示した。この図より、どの仮定においても相関係数ρの高い回帰直線が得られることがわかる。また、d_{max}を小さく仮定するほど、パラメータｒは大きく、パラメータｍは小さくなることがわかる。

次に、パスカル分布の適合の程度を検討するために、カイ２乗検定を行いパスカル分布、正規分布および対数正規分布を仮定した場合のカイ２乗値を比較した。その結果を図－２に示すが、この図より、まさ

土の粒度分布に対しても砂の場合と同様、対数正規分布が最も適合した分布関数であることがわかる。ただし、有意水準５％のカイ２乗理論値と比較すると、まさ土の粒度分布に対してどの分布形を仮定しても棄却されない。すなわち、どの分布形を仮定しても間違いではないことになる。

更に、パスカル分布の適合の程度を見るために、元データの平均値、標準偏差と当てはめたパスカル分布の対応する値の比較を行った。その結果が図－３に示してある。頻度分布のランク数は元データでは34程度、パスカル分布では∞であるために、標準偏差は元データの約 1.4倍になっている。そして、パラメータは式（２）、（３）を連立して得ているために、対応する平均値は元データの約 0.9倍となっている。

４．おわりに

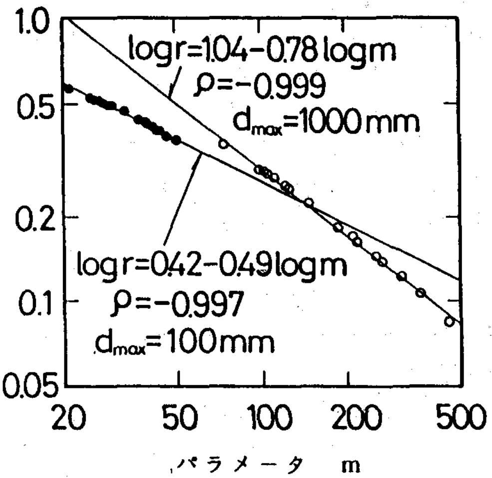
この報告で得られた結論は次のとおりである。

１）パスカル分布のパラメータの間には相関性の高い（ｌｏｇ(ｒ)～ｌｏｇ(ｍ)）の直線関係が得られた。

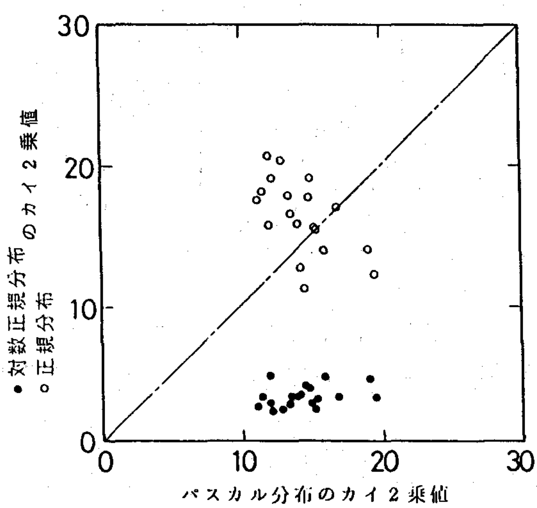
２）カイ２乗検定の結果、対数正規分布が最も適合した。また、有意水準５％では、パスカル分布を仮定しても棄却されない。

３）パスカル分布により粒度分布を表現すると、元データに比べ平均値は小さくなり、標準偏差は大きくなる。

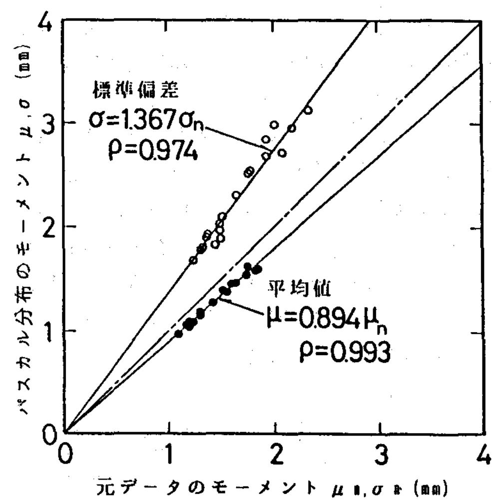
最後に、試料については㈱シマダ技術コンサルタントの内園立男氏にお世話になった。また、本学４年の市橋浩之君、大竹和茂君の協力を得た。記して謝意を表する。



図－１　（ｌｏｇ(ｒ)～ｌｏｇ(ｍ)）の関係



図－２　カイ２乗値の比較（d_{max}＝1000mm）



図－３　特性値の比較（d_{max}＝1000mm）

＜参考文献＞　１）板橋一雄、立石哲郎、田口泰敏：砂の粒度分析試験結果の精度とその評価、土と基礎、第36巻、9号、pp. 25～30、1988　２）福本武明：まさ土の粒度分布に関する一考察、第22回土質工学研究発表会概要集、pp. 165～166、1987　３）福本武明：まさ土の粒度式について、第23回土質工学研究発表会概要集、pp. 197～198、1988　４）竹内啓、藤野和建：２項分布とポアソン分布（ＵＰ応用数学選書２）、東京大学出版会、1981