

河川における溶存物質輸送の2次元流管モデルの数値解について

豊橋技術科学大学 ○学生員 林 宏次
豊橋技術科学大学 正 員 四倉信弘

1. はじめに

溶存物質輸送の数値解析は従来より行われているが、本研究は、深さ方向に停滞域の存在する河川を仮定して非定常2次元拡散の流管モデルを数学的に導き、数値シミュレーションを行って、停滞域を考慮したときとしないときではどのような差が生じるか比較検討することを目的としている。ここに、溶存物質は保存性を仮定する。

2. 2次元流管モデル

変動する河川幅をもつ実河川を表現するため、図-1のような x, y, z の3つの座標面から成立する直交湾曲座標系(自然座標系)を用いる。下流方向に x 、深さ方向に y 、横断方向を z とし、原軸の x, z 方向の各長さを $\Delta x, \Delta z$ とすると、河川全体が湾曲しているため、他の座標軸に沿う長さは異なった長さとなる。この長さは補正值として m_x, m_z (x, z 方向の距離係数)を用いて $m_x \Delta x, m_z \Delta z$ で表す。この自然座標系に基づいて、連続式、3次元拡散方程式を求めると、

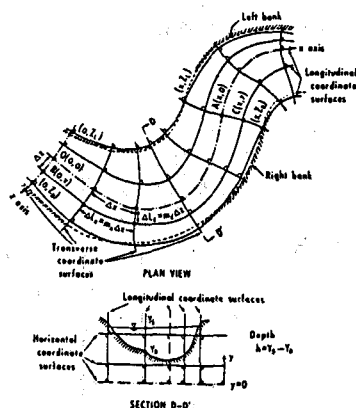


図-1 自然座標系

$$\frac{\partial}{\partial x} (m_z u_x) + m_x m_z \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (m_x u_z) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & m_x m_z \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (m_z u_x s) + m_z m_x \frac{\partial}{\partial y} (u_y s) + \frac{\partial}{\partial z} (m_x u_z s) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z}{m_x} \varepsilon_x \frac{\partial s}{\partial x} \right) + m_x m_z \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial s}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{m_x}{m_z} \varepsilon_z \frac{\partial s}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 u_x, u_y, u_z は各座標軸に沿う流速、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ は各座標軸方向の拡散係数、 t は時間、 s は溶存物質濃度である。流管モデルの特徴は、(3)式に示される累積流量 q を導入して拡散方程式の横断方向の独立変数を z から q に転換するところにある。

$$q = \int_{z_1}^{z_2} m_z h v_z dz \quad (3)$$

今、深さ方向に停滞域を考え、主流域との境界面は水平であると仮定する。そして、(2)式を深さ方向に平均し、テーラーの分散理論に基づいて(1)式および(3)式を代入することで主流域の流管モデルは次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} \\ &= \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial}{\partial q} \left(m_x h^2 E_{zz} v_x \frac{\partial c}{\partial q} \right) + \frac{K}{h} (c_s - c) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 h は主流域の水深、 v_x は深さ方向に平均した流速、 c は深さ方向に平均した溶存物質濃度、 c_s は深さ方向に平均した停滞域の溶存物質濃度、 K は交換係数、 E_{zz} は横混合係数である。一方、停滞域は $v_x=0$ であり、その水深を h_s として溶存物質収支を考えると、(5)式ようになる。

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = -\frac{K}{h_s} (c_s - c) \quad (5)$$

差分は、重み付き差分法で3段階に分けて行い、第一段階では陰解法で移流項に、第二段階では陰解法で拡散項に重点をおき、最後に第三段階で陽解法を用いる。解法は、A.D.I.法を使用し、主流域の初期条件として、流れ方向、横断方向に正規分布に近い濃度分布を入力した。また、停滞域の初期濃度はゼロである。

3. 結果および考察

計算方法はHarden¹⁾の論文に従って行い、条件として $v_x=1.74\text{m/s}$, $h=2.74\text{m}$, $E_{zz}=0.1\text{m}^2/\text{s}$, $K=0.001\text{m/s}$, $h_s=1\text{m}$ の値を使用した。

図-2でも分かるように、主流域の濃度分布は正規分布に近く、停滞域は勾配が緩やかな分布であり、主流域のピーク濃度の後に停滞域のピークがやってくる。これは、停滞域の流速がゼロのため、主流域との交換が頻繁に行われていないことを示している。また、停滞域の影響により主流域の分布曲線は時間がたつにつれてロングテールが現れている。ある十分な時間が経過したにもかかわらず、溶存物質はまだまだ停滞域に存在しており、これが実際に問題となる現象である。

図-3において、実線と鎖線を比較してみると、ピーク濃度がかなり異

なっており、失われた溶存物質は、停滞域に入ると考えられる。 $x=780, 1820, 2600\text{m}$ と次第にシミュレーション地点が下流になるにしたがって、横混合係数 E_{zz} および交換係数 K の影響が顕著に現れている。また、停滞域を考慮するかしらないかでは、下流方向へ進むにつれて曲線分布の変動が異なっている。したがって、停滞域を考慮しないと、長い時間でとらえた場合、停滞域に貯留していた溶存物質が、主流域に再び現れるという可能性があることを意味する。以上のように、停滞域の存在する河川では停滞域を考慮したうえで解析し、物質収支の観点からほぼ妥当な方法で、移流拡散現象を予測することが重要であると考えられる。

参考文献 T.O.Harden et al.: Numerical simulation of mixing in natural rivers, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, pp.393-408, April, 1979.

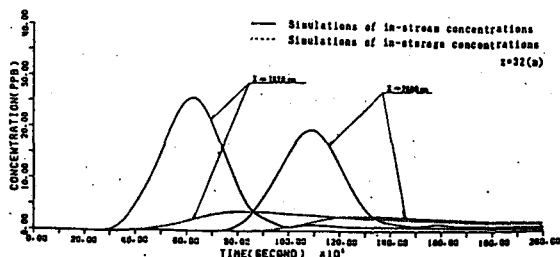


図-2 主流域と停滞域の濃度-時間分布

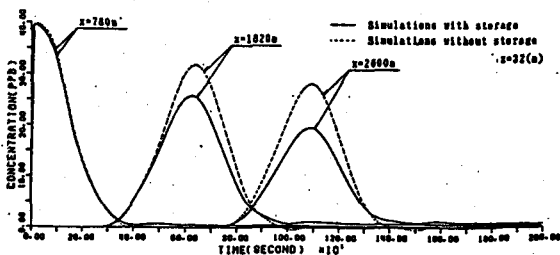


図-3 停滞域を考慮したときとしな
いときの濃度-時間分布