

海岸波浪における波高の結合確率分布について

岐阜大学 正員 篠田成郎・安田孝志 学生員 ○川口智也・石原貴司・橋本崇

1. 緒言 波浪の時系列を評価する上で、振幅(波高)の結合分布は全ての波群統計量の基礎となるものである。本研究では、不規則ソリトン列の振幅の時系列に対し自己回帰モデルを適用することにより、振幅の結合分布を推定することができることを示す。さらに、それにより連特性までも表示可能となることを示す。

2. 自己回帰過程における誤差項の分布 まず、時間軸上におけるソリトンの振幅Aの連なりに対し、

$$X_j + \sum_{m=1}^n \Phi_m X_{j-m} = Y_j, \quad X_j = A_j - \mu_A, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

なるn次の自己回帰過程(AR過程)を導入する。ここに、 Φ_m ; AR母数、 Y ; AR過程における誤差項、 μ_A ; ソリトンの振幅の平均および N ; ソリトン数を表す。以下では簡単のため、1次AR過程を対象とすると、隣接するソリトンの振幅相互の相関係数 γ_A を用いて、式(1)は次式のように表される。

$$X_j = \gamma_A X_{j-1} + Y_j \quad (2)$$

ここで、 $A_1 \equiv A_{j-1}$, $A_2 \equiv A_j$, $Y \equiv Y_j$ として、ソリトンの振幅の2次元確率密度関数を次式で定義する。

$$f_A(A_1, A_2) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} p(k_1, k_2) \delta(A_1 - \alpha_{k_1}) \delta(A_2 - \alpha_{k_2}) \quad (3)$$

ここに、 δ はDiracのデルタ関数および α_{k_1} , α_{k_2} はそれぞれソリトンの振幅の結合分布に対応した確率関数 $p(k_1, k_2)$ における k_1, k_2 番目の階級値を示す。式(2)より誤差項 Y は確率変数 X_j と X_{j-1} の和として表されるので、式(3)を用いると、誤差項 Y の確率密度関数(以下、厳密分布と呼ぶ)は理論的に、

$$f_Y(Y) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} p(k_1, k_2) \delta(Y + \gamma_A \alpha_{k_1} - \alpha_{k_2}) \quad (4)$$

のように導かれる。ただし、 $\beta_k = \alpha_k - \mu_A$ である。また、確率変数 A と Y の分布形が互いに相似の関係にあると仮定すれば、誤差項 Y の確率密度関数は近似分布として次式で与えられる¹⁾。

$$f_Y(Y) = \sum_k p(k) \delta(Y - \sqrt{1 - \gamma_A^2} \beta_k), \quad p(k) = \sum_{k_2} p(k, k_2) \quad (5)$$

図-1は、誤差項 Y の厳密分布、近似分布および現地観測記録から得られる標本分布を比較したものである。これより、誤差項 Y の分布は厳密分布はもちろんのこと、近似分布でも十分表示可能であることがわかる。

3. 隣接するソリトン振幅の結合確率密度関数 ここでは、ソリトンの振幅Aの連なりがAR過程として表示されることを前提として、その周辺分布から隣接するソリトンの振幅の結合確率密度関数を導く。式(2)より、ソリトンの振幅 A_2 はソリトンの振幅 A_1 と誤差項 Y を用いて次式のように表される。

$$A_2 = \gamma_A A_1 + (1 - \gamma_A) \mu_A + Y \quad (6)$$

ところで、条件付確率の定義より、結合確率密度関数 $f_A(A_1, A_2)$ は、条件付確率密度関数 $f_A(A_2 | A_1)$ を用いて、

$$f_A(A_1, A_2) = f_A(A_2 | A_1) f_A(A_1) \quad (7)$$

と表される。また、 $f_A(A_2 | A_1)$ は、誤差項 Y の確率密度関数を用いて次式のように表される。

$$f_A(A_2 | A_1) = f_Y\{A_2 - \gamma_A A_1 - (1 - \gamma_A) \mu_A\} \quad (8)$$

上式に式(5)の誤差項 Y の近似分布を適用すれば、式(7)により、ソリトンの振幅の周辺分布から推定される結合確率密度関数は次式となる。

$$f_A(A_1, A_2) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} p(k_1) p(k_2) \delta(A_1 - \alpha_{k_1}) \cdot \delta\{A_2 - \gamma_A A_1 - (1 - \gamma_A) \mu_A - \sqrt{1 - \gamma_A^2} (\alpha_{k_2} - \mu_A)\} \quad (9)$$

なお、著者らは既に振幅の周辺分布を水位変動の分布から決定する手法を提案しており²⁾、それより式(9)を導くことも可能となっている。

図-2は、周辺分布から推定される結合分布と標本分布を比較したものである。これより、推定される

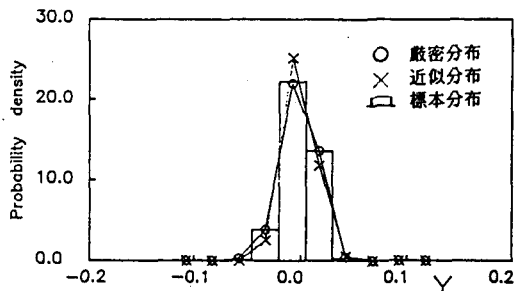


図-1 誤差項 Y の標本分布、厳密分布および近似分布の比較

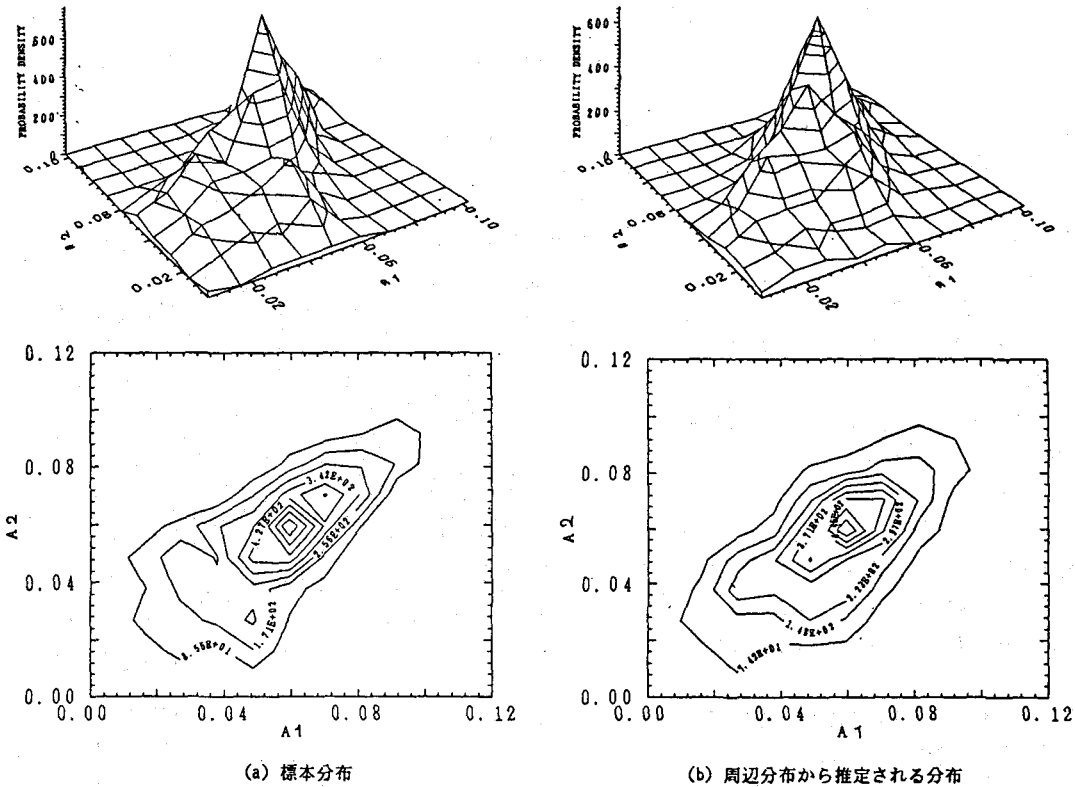


図-2 前後の振幅の結合分布

結合分布はほぼ妥当であると判断できる。

4. 連特性の表示 図-3は、連特性としてソリトンの振幅の平均値まわりの連長とトータルランの分布について示したものである。図中の実線および破線は、それぞれ振幅の標本結合分布および式(9)から得られる分布である。これより、標本分布はもちろんのこと、式(9)から推定された分布もほぼ妥当な精度を有しており、本時系列モデルにより連特性までも表示可能であると判断できる。

5. 結 語 以上、ソリトンの振幅の時系列に対しARモデルを適用することにより、従来のスペクトル概念を用いることなくソリトンの振幅の結合分布を得ることが可能になることを示した。今後は、隣接するソリトンの振幅相互の相関係数 γ_n などを理論的に決定することが課題として残されている。

(参考文献)

- 1) 篠田・安田・川口・石原・土屋・浅海における不規則波浪の時系列モデルについて, 第35回海講演文集, 1988, pp. 103-107.
- 2) 土屋・安田・篠田: ソリトンモードに基づく不規則波浪の統計量の保存性, 第31回海講演文集, 1984, pp. 178-182.

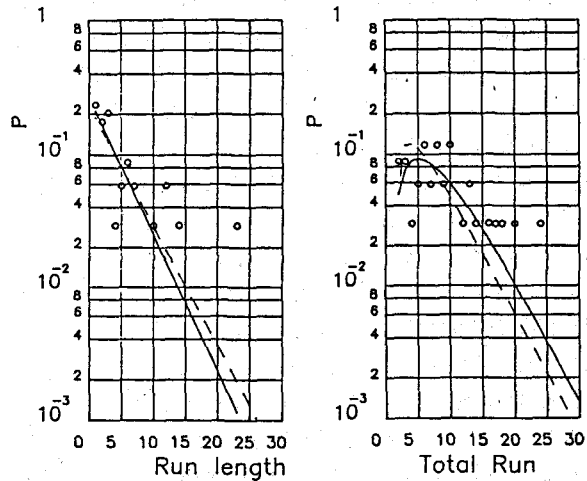


図-3 連長およびトータルランの分布