

強いせつ動の下での孤立波の変形計算とその精度について

岐阜大学 正会員 安田 孝志
岐阜大学 学生員 〇原 正典

1. 緒言・潜堤の様な水深を急変させる構造物上を通過する大振幅ソリトンの散乱変形の解析には境界積分法が極めて有力と考えられる。ここでは、Dold・Peregrine の計算法を基に任意の海底形状の下での波動問題に適用できる手法を開発すると同時に、その精度を水理実験結果との比較によって検証し、この手法が水深急変下での大振幅孤立波の砕波変形にまで適用可能となることを明らかにしたい。2. 計算方法 流体を非圧縮完全流体とし、図-1 の様な非回転流体場 Ω での大振幅波動を考える。このとき、速度ポテンシャル Φ に関する基礎方程式と境界条件は次のように表わされる

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\Phi_n = 0 \quad \text{on } S_B \quad (2)$$

$$DZ/Dt = \nabla \Phi \quad \text{on } S_F \quad (3)$$

$$\Phi_t + (1/2)(\nabla \Phi)^2 + g\eta = 0 \quad \text{on } S_F \quad (4)$$

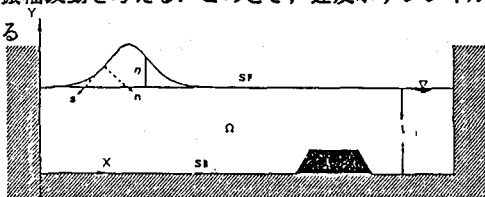


図-1 座標と記号の説明

ここに、 Z は自由表面上の水粒子の位置ベクトルであり、

$Z = x\mathbf{i} + \eta\mathbf{j}$ で定義される。初期条件として、一様水深部において田中の厳密解による孤立波を仮定し、潜堤のある非一様水深部では静水状態を仮定することにして、 $t=0$ での水面形状 $\eta(x, 0)$ および境界面 S_F 上の速度ポテンシャル $\Phi(x, y, 0)$ を与える。ここで、Dold・Peregrine にならって、2次元実平面 (x, y) 上での波動問題を複素平面 $(z=x+iy)$ 上の問題に置き換えて解くため、複素ポテンシャル

$$F(z) = \Phi(x, y) + i\Psi(x, y) \quad (5)$$

を定義する。ここで、この複素平面上に Cauchy の積分定理を適用し、特異点を境界上に近づけると、境界 $(S = S_B + S_F)$ 上で成立する Cauchy の主値積分を用いた次の関係式を導くことが出来る。

$$q[z(s)] = \frac{1}{i\pi} \oint \frac{q[z(s')]}{z(s') - z(s)} \frac{dz(s')}{ds'} ds' \quad (6)$$

ここに、

$$q(z) = dF/dz = \Phi_x - i\Phi_y = (dz'/ds)(\Phi_s - i\Phi_n) \quad (7)$$

また、 $*$ は複素共役であることを示し、 s は境界 S に沿った弧長で、 $\oint$ は Cauchy の主値積分を意味する。

式(6) を (s, n) 座標の下での表示に書き換えると、次式のようになる。

$$\Phi_n + i\Phi_s = \frac{1}{i\pi} \oint \frac{z_s}{z' - z} \Phi_n' ds' + \frac{1}{\pi} \oint \frac{z_s}{z' - z} \Phi_s ds' \quad (8)$$

ここに、 $'$ は s' での値であることを示す。これによって、式(2)の境界条件の下に式(1)を解く問題は、式(8)を解く問題に帰着されることになる。ここで、 (s, n) 座標を数値計算により有効な (ξ, ν) 座標に相似的(即ち、 $ds/d\xi = dn/d\nu$)に変換すると、式(8)は次式のように書き換えられる。

$$\Phi_\nu + i\Phi_\xi = \frac{1}{i\pi} \oint \frac{z_\xi}{z' - z} \Phi_\nu' d\xi' + \frac{1}{\pi} \oint \frac{z_\xi}{z' - z} \Phi_\xi d\xi' \quad (9)$$

現段階では、 ξ は単に自由表面上に位置する任意なパラメーターであり、数値計算を実施する場合に都合のいいように決定すればよいものである。そして、 (Φ_s, Φ_n) と (Φ_ξ, Φ_ν) の関係は次式のように表わせる。

$$(\Phi_s - i\Phi_n) = (d\xi/ds)(\Phi_\xi - i\Phi_\nu) \quad (10)$$

なお、境界 S_F 上の速度ポテンシャル Φ および水面形状 η の次式の時間発展の計算において、式(3) および(4)の境界条件は満足される。

$$\Phi(t+\Delta t) = \Phi(t) + \Delta t(D\Phi/Dt) + ((\Delta t)^2/2!)(D^2\Phi/Dt^2) \quad (11)$$

$$Z(t+\Delta t) = Z(t) + \Delta t(DZ/Dt) + ((\Delta t)^2/2!) (D^2Z/Dt^2) \quad (12)$$

ここに,

$$D\Phi/Dt = |\nabla\Phi|^2/2 - \eta \quad (13)$$

$$D^2\Phi/Dt^2 = \nabla\Phi(D(\nabla\Phi)/Dt) - \Phi, \quad (14)$$

$$DZ/Dt = \nabla\Phi \quad (15)$$

$$D^2Z/Dt^2 = D(\nabla\Phi)/Dt \quad (16)$$

表-1 実験条件

Run	A/h	砕波の有無
1	0.3327	無
2	0.3756	有
3	0.4056	有
4	0.4819	有

3. 実験方法 数値計算の精度を検証するため、コンクリート製長水路 (1m×1m×54m) 内にアクリル製の潜堤模型を設定し、この上を海岸波浪発生装置 (伊勢屋機械製) によって造波した孤立波を通過させた。時間波形は 3 台の容量式波高計によって行い、アナログおよび デジタルの両方で同時に記録した。また、砕波点の決定はビデオ画像をモニターする事によって決定した。実験条件は表-1の通りである。

4. 計算結果と実験結果との比較 図-2 は、実験条件と同一の条件下で行なった数値計算による空間波形の時間変化を示す。図中の寸法は、すべて静水深による無次元量で与えられている。測点 3は、実験における砕波点位置を示す。図-3は、各測点での時間波形を数値計算と比較したものである。Run 2, 3 および 4の測点 3は砕波点での時間波形を示す。これから、孤立波の潜堤への衝突によって生じる反射波は勿論、潜堤通過後の砕波まで含めて両者の対応は極めて良好であることがわかる。

5. 結語 ここで、提案した計算法の精度が極めて優れたものであることを示すと同時に、水深急変を伴う潜堤上を非線形性の強い大振幅孤立波の砕波に至る変形の全過程がポテンシャル理論によって何ら矛盾なく記述できることを明らかにした。

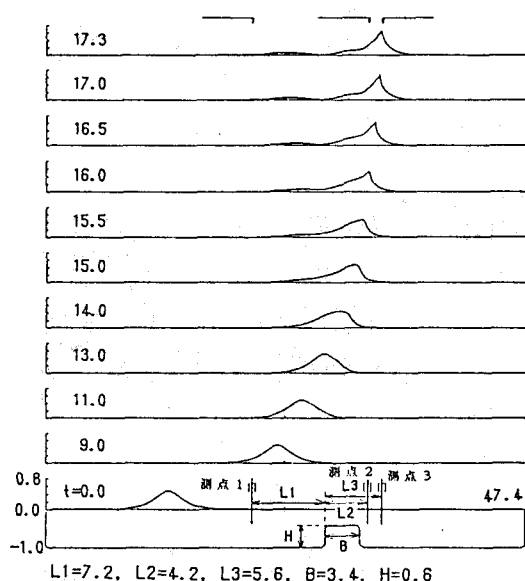
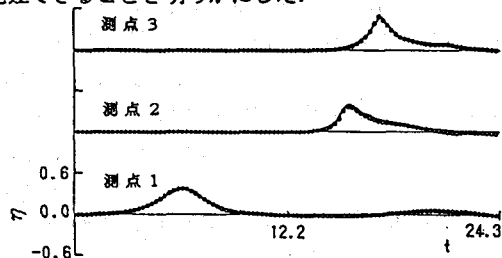
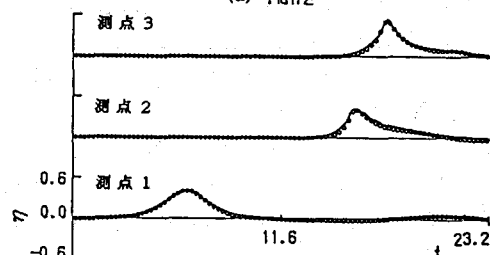


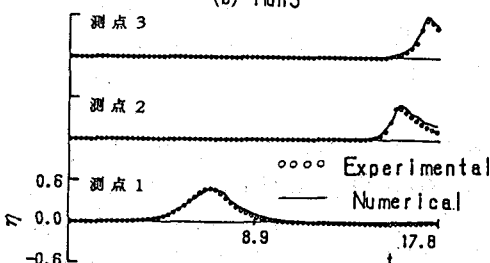
図-2 数値計算による孤立波の波形変化



(a) Run2



(b) Run3



(c) Run4

図-3 計算波形と実験波形との比較