

## 潮汐残差流の鉛直構造と底面摩擦応力の特性

名古屋大学工学部 正 高木 不折 名古屋大学工学部 正 和田 清  
名古屋大学大学院 学○富田 孝史 名古屋大学工学部 学 北村 浩幸

**1. 緒言** 潮流の卓越する内湾域において長期的な物質輸送機構には、地形条件と潮汐振動流の弱非線形性によって生じる恒流である潮汐残差流が重要な役割を果たしている。しかし、従来の近似解<sup>1)</sup>は、水深が境界層よりも十分に大きい条件下で成立する底面境界層近似を用いているため、底面境界層が発達している浅海域の実現象への適用には問題があると思われる。そこで本研究では、底面摩擦応力との関係で潮汐残差流の鉛直構造を把握する基礎として、境界層近似を用いて潮汐残差流の理論解を誘導した。さらに、水理実験結果<sup>2)</sup>を基にこの理論解の適応性を示すとともに、底面摩擦係数を水深の関数として定式化することを試みたのでその成果の一部を報告する。

**2. 理論解析** 本研究で対象とする波動現象は、弱非線形性の長波であるために、摂動パラメーターとして  $\varepsilon (= \eta_0/h)$ ,  $\eta_0$ : 湾口における水位変動の振幅,  $h$ : 水深) を用いて、流速  $u$  を摂動展開した。この線形化によって得られた潮流場での流速の基本成分  $u_1$  と定常成分  $u_s$  の基礎式は、以下のとおりである。

1) 流速の基本成分  $u_1$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - N \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} dz = -g \frac{\partial \eta_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \int_0^h \frac{\partial u_1}{\partial x} dz = 0 \quad (1)$$

2) 流速の定常成分  $u_s$

$$N \frac{\partial^3 u_s}{\partial z^3} = \{ u_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial z} + w_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \}_s, \quad \int_0^h u_s dz = 0 \quad (2)$$

ここに、 $t$ : 時間,  $x$ : 湾口から湾奥へ向かう方向,  $z$ : 水底から鉛直上向き方向,  $\eta_1$ : 水位変動の基本成分,  $w_1$ : 鉛直方向流速の基本成分,  $h$ : 水深,  $g$ : 重力加速度,  $N$ : 涡動粘性係数である。また、境界条件は、

$$z=0 \text{ (底面)} : u_1 = u_s = 0, \quad z=h \text{ (自由表面)} : \partial u_1 / \partial z = \partial u_s / \partial z = 0 \quad (3a)$$

$$x=0 \text{ (湾口)} : \eta_1 = \eta_0 \cos \omega t, \quad x=\ell \text{ (湾奥)} : \partial \eta_1 / \partial x = 0 \quad (3b)$$

ここに、 $\ell$ : 湾長,  $\omega$ : 波の角周波数である。式(3a), (3b)を用いて式(1)を解くと、

$$u_1 = R e [ i \frac{g \lambda \eta_0}{\omega} \frac{\sinh \lambda (x-\ell)}{\cosh \lambda \ell} \{ \frac{\cosh (1-i)\beta(h-z)}{\cosh (1-i)\beta h} - 1 \} e^{-i\omega t} ] \quad (4)$$

ここに、 $\beta = \sqrt{\pi/N T}$ ,  $T$ : 波の周期,  $\lambda$ :  $\beta h$  の関数<sup>3)</sup>,  $i$ : 虚数である。

さらに、式(4)を式(2)に代入し、式(3a)を使って  $u_s$  を求めると、

$$\begin{aligned} u_s = & \frac{1}{8\omega\beta} [ S_1 e^{2\beta z} + S_2 e^{-2\beta z} + S_3 \sin 2\beta z + S_4 \cos 2\beta z \\ & + e^{\beta z} (S_5 \cos \beta z + S_6 \sin \beta z) + e^{-\beta z} (S_7 \cos \beta z + S_8 \sin \beta z) \\ & + \beta z \cdot \{ e^{\beta z} (S_9 \cos \beta z + S_{10} \sin \beta z) + e^{-\beta z} (S_{11} \cos \beta z + S_{12} \sin \beta z) \} \\ & + F_1 \cdot (z/h)^2 + F_2 \cdot (z/h) + F_3 ] \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $S_1 \sim S_{12}$ :  $\beta h$  の関数<sup>3)</sup>,  $F_1 \sim F_3$ :  $\beta h$  の関数<sup>3)</sup>である。

**3. 実験結果と理論解の比較** Jonsson<sup>4)</sup>によると、本実験<sup>2)</sup>は層流状態および層流から乱流への遷移状態で行われている。そこで、 $N$ を分子粘性による動粘性係数( $N=0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ )として上記の理論解を求めた。流速の基本成分  $u_1$  の鉛直分布形は、境界層近似が適用できると思われる  $h \geq 5$  では、ストークスの解<sup>5)</sup>とほぼ一致した分布形であり、位相の効果によって  $\beta h = 2$  付近に膨らみをもつ。さらに、従来の近似解<sup>1)</sup>の適用範囲外で

ある $\beta h < 5$ では、膨らみはほとんど存在しないことがわかった。一方、流速の定常成分 $u_s$ の鉛直分布形は、 $\beta h$ が小さい場合には、下層で湾口向き、上層で湾奥向きの2層構造を形成し、 $\beta h$ が大きい場合には、上層、下層で湾口向き、中層で湾奥向きの3層構造を形成している。この鉛直構造の変化は、 $\beta h = 7$ 付近を境にして生じることが新たにわかった。さらに、 $\beta h < 5$ では、 $u_s$ は2層構造をしているが、 $\beta h$ の減少に伴って2層間の界面は上昇し、そのため自由表面付近の $u_s$ の絶対値は大きくなっている。なお、図-1には自由表面流速でそれぞれ無次元化した $u_1$ 、 $u_s$ の分布形の一例( $\beta h = 5$ )が示してある。次に、水理実験の結果をもとに理論解の絶対値について議論する。図-2は底面近傍( $\beta z = 1$ )の流速の最大値 $u_m$ を用いて計算したレイノルズ数 $Re_m$ で実験結果と理論解を比較したものの一例である。実験では、水素気泡法で流速が測定されたが、その精度を考慮すると実験値と理論値はよく一致していると考えられる。ただし、 $\beta h < 6$ で実験値と理論値の間に差がみられるが、これは実験値がJonssonの限界レイノルズ数( $6.3 \times 10^4$ )にかなり近く、そのため理論解析で用いた $N = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ の値に問題があると考えられるからである。最後に、底面摩擦係数 $f$ を示す。流速 $u$ および底面摩擦応力 $\tau_b$ は、理論的には $\beta h$ の関数であるため、 $f = \tau_b / \rho u^2$  (ここに、 $\rho$ :流体の密度) で定義される $f$ も $\beta h$ の関数とみなすことができよう。図-3は、底面近傍( $\beta z = 1$ )の $u_1$ と $\tau_{b1}$ で定義される $f_1$ の波の周期120秒の例を示す。 $f_1$ についての厳密解(図-3)を考慮しつつ $f_1$ を $\beta h$ の関数で近似的に表すと以下のようになる。

(ただし、下式は波の周期120秒の例であり、今後は周期の効果を考慮する必要がある。)

$$\varepsilon f_1 = 0.00072 \beta h^{0.29} \quad (2 \leq \beta h \leq 10) \quad \varepsilon f_1 = 0.0011 \beta h^{0.073} \quad (10 < \beta h \leq 20) \quad \varepsilon f_1 = 0.0013 \beta h^{0.026} \quad (20 < \beta h \leq 80)$$

4. 結言 以上、新たに誘導した理論解は実験結果とよく適合していることがわかった。ただし、 $\beta h < 5$ の範囲に対応する実験結果がほとんどないために、この範囲における理論解の適合性さらに現地への適用性については今後検討する必要がある。なお、この理論解は、渦動粘性係数が一定であると仮定しているために現地への適用はすぐには無理であろうが、浅海域の潮汐残差流の現象を知る基礎として、重要な指針を与えるものと思われる。さらに今回提案した底面摩擦係数が、流動構造に及ぼす影響も考察する予定である。

参考文献 1) 安田秀一: 中国工業技術試験報告, No.16, 1982. 2) 富田孝史他: 中部支部年次講演会, 1988. 3) 和田清: 名古屋大学博士論文, 1989 (印刷中). 4) 横木亨: 漂砂と海岸侵食, 森北出版, 1982. 5) 岩垣雄一他: 海岸工学, 共立出版, 1979.

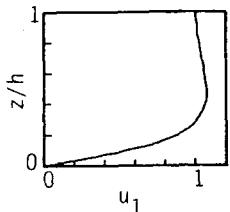


図-1 流速の鉛直分布形( $\beta h = 5$ )

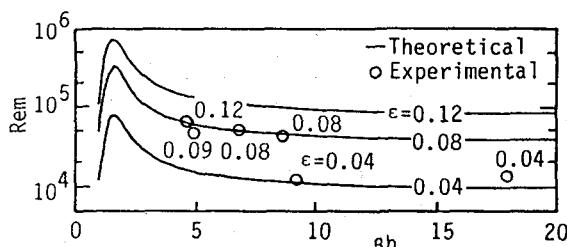


図-2 レイノルズ数と $\beta h$ の関係

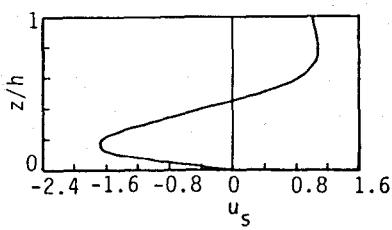


図-3 底面摩擦係数と $\beta h$ の関係