

浮遊砂を含む開水路流れに関する研究

岐阜大学大学院 学生員 〇太田 伸  
 岐阜大学 学生員 中井 好一  
 岐阜大学 正員 田中祐一朗

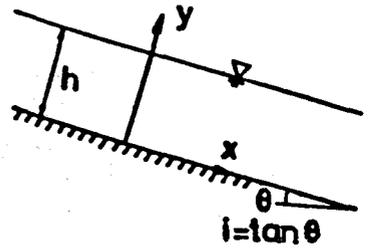
1. 緒言

浮遊砂を含む流れの構造は清水流のそれと異なるものになる。従来その構造を解明する手法として主としてカルマン定数の減少という観点から研究は進められてきた。しかし、これらの研究には論理的な飛躍を含むものもあり、再検討が必要であると思われる。

本研究では流れが浮遊砂を含んだ場合の流れの構造を解明する手法として、カルマン定数の減少という観点からではなく、摩擦速度および相当粗度が浮遊砂濃度により変化するという観点に立ち、流速分布を再検討しようとするものである。

2. 流速分布

右図のような二次元開水路流れ(粗面)を考える。座標系(x, y)に対する流速分布を(u, v)で表わす。流れは乱れの運動エネルギーの粘性による逸散を除く全ての粘性による影響を無視できるほど十分乱れており、定常等流であるとする。また横方向の変化は無視する。本文中での“—”は平均値，“'”は変動量を表わす。



Reynolds応力は直線分布

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho u_* (1 - y/h) \quad (1)$$

をなすと仮定する。ここで、 $\rho$  : 混合相の密度、 $u_*$  : 摩擦速度、 $h$  : 水深である。式(1)中の $u_*$ は、Parkerら<sup>1)</sup>による平均流の運動方程式による

図-1 座標系および記号

$$g i (h + R) \int_0^h c dy = u_*^2 \quad (2)$$

を適用する。ここで、 $g$  : 重力加速度、 $i$  : 河床勾配、 $R$  : 砂粒子の水中比重、 $c$  : 瞬間の浮遊砂濃度である。

またReynolds応力に渦動粘性係数 $\epsilon_m$ を導入する。

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho \epsilon_m du/dy \quad (3)$$

$$\epsilon_m = l^2 du/dy \quad (4)$$

$$l = \kappa y \sqrt{1 - y/h} \quad (5)$$

ここで、 $\kappa$  : カルマン定数、 $l$  : 混合距離である。以上の式と $y = k_s$ (相当粗度)のとき $u = 0$ より流速分布は、

$$u/u_* = 1/\kappa \cdot \ln(y/k_s) \quad (6)$$

となる。

式(6)により流れが浮遊砂を含んだ場合の流速分布式が立てられた。この式において $\kappa$ は一定値とし、浮遊砂濃度により変化するパラメータとしては、摩擦速度 $u_*$ と相当粗度 $k_s$ を考えている。その根拠としては、摩擦速度は式(2)により、相当粗度は以下に説明する。

3. 相当粗度 $k_s$ の評価

相当粗度は従来河床材料の粒径から評価されてきたが、流れが浮遊砂を含む場合、河床近傍においては砂粒子はポリマー状態で流送されていると思われ、従来のように河床材料の粒径から評価したのでは実際

の流れの構造の値とは言えなく、相当粗度も摩擦速度のように浮遊砂濃度によって変化すると見るべきであろう。以下に相当粗度の浮遊砂濃度による変化を論ずる。

浮遊砂を含んだ単位体積あたりの流体要素のエネルギー平衡方程式は、

$$\tau \, du/dy = c \rho_0 g R v_s + E + E_s + [\text{diffusion}] \quad (7)$$

となると考えられる。ここで、 $\tau$ ：砂粒子を含んだ流体のせん断応力、 $\rho_0$ ：水の密度、 $v_s$ ：砂粒子の沈降速度、 $E$ ：流体の単位重量あたりの乱れの運動エネルギーの粘性による逸散率、 $E_s$ ：水と砂粒子との相互作用による逸散エネルギーである。

式(7)において断面平均をとる。そのときdiffusion項は消える。 $\tau$ を次式のように直線分布

$$\tau = \tau_0 (1 - y/h) \quad (8)$$

$$\tau_0 = \rho_0 u_*^2 = \rho_0 g h i (1 + RC) \quad (9)$$

をなすと仮定し、式(6)より式(7)の左辺の断面平均値は、

$$\tau \, du/dy = 1/h \cdot \rho_0 u_*^3 / \kappa \cdot \{\ln(h/k_{s0}) - 1\} \quad (10)$$

となる。清水( $C=0$ )の場合

$$1/h \cdot \rho_0 u_*^3 / \kappa \cdot \{\ln(h/k_{s0}) - 1\} = \bar{E} \quad (11)$$

と書ける。ここで、添え字0は清水値を示す。この式によって流体の単位重量あたりの乱れの運動エネルギーの粘性による逸散率が評価できたことになる。よって式(7)の断面平均値は、

$$1/h \cdot \rho_0 u_*^3 / \kappa \cdot \{\ln(h/k_{s0}) - 1\} = C \rho_0 g R v_s + 1/h \cdot \rho_0 u_*^3 / \kappa \cdot \{\ln(h/k_{s0}) - 1\} + \bar{E}_s \quad (12)$$

となる。上式より浮遊砂を含んだ場合の相当粗度 $k_s$ は、

$$k_s = \exp[\ln h - 1 - \kappa h / \rho_0 u_*^3 \cdot (C \rho_0 g R v_s + \bar{E}_s) - \rho_0 / \rho \cdot (u_{*0} / u_*)^3 \{\ln(h/k_{s0}) - 1\}] \quad (13)$$

と表わされる。この式により浮遊砂を含む粗面の開水路流れにおける相当粗度の浮遊砂濃度による変化が評価できる。

#### 4. 水と砂粒子との相互作用による逸散エネルギーの評価

砂粒子の運動方程式は、Tchen<sup>2)</sup>によれば

$$\pi/6 \cdot d^3 \sigma \, dw_p/dt = F_D + F_L + 1/2 \cdot \pi/6 \cdot d^3 \rho_0 (dw_t/dt - dw_p/dt) - G \quad (14)$$

である。ここで、 $d$ ：粒径、 $\sigma$ ：砂粒子の密度、 $w_t$ 、 $w_p$ ：流体および砂粒子の速度、 $t$ ：時間、 $F_D$ ：流体力、 $F_L$ ：揚圧力、 $G$ ：水中重量である。上式を $x$ 、 $y$ 方向にそれぞれ砂粒子が完全に浮遊状態であり、流れは定常状態であるという仮定のもとで解くと砂粒子と流体の相対速度差は、

$$w_t - w_p = 1/18 \cdot d^2 / \nu \cdot R g \quad (15)$$

となる。上式から流体と砂粒子の相対速度差により単位体積、単位時間あたりに失われる土砂浮遊流のエネルギーはStokesの抵抗則を適用すると

$$\bar{E}_s = \rho_0 d^2 R^2 g^2 C / 18 \nu \quad (16)$$

となる。上式を式(13)に代入すれば浮遊砂を含んだ場合の相当粗度が評価できる。

#### 5. 結語

以上、浮遊砂を含む開水路流れに関する流速分布が理論的に立てられたことになる。今後の課題としては、式(6)の実際の値との適合性を検討する必要がある。

(参考文献)

1. Parker, G., and Coleman, N.L.,: Simple model of sediment-laden flows, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 112, No. 5, May, pp. 356-375, 1986.
2. Hinze, J.O.,: Turbulence, McGraw-Hill, pp. 353-354, 1959.