断面力表示構成則による立体骨組み構造物の弾塑性有限変位解析

○ 名古屋大学　学生員　水野克彦
名古屋大学　正　員　宇佐美勉

緒言

海上プラットホームや長大橋の主塔のような平面としての取扱いだけでは問題のある構造物では，立体としての構造をＦＥＭを用いて計算する．このような，面外変形を考えた弾塑性有限変位解析では，断面をメッシュに分解して降伏をチェックする方法を一般に用いるが，現在のスーパーコンピューターを持ってしても莫大な計算時間とコストを要する．そこで，本研究では，断面の直接関数である降伏関数を用いることによって断面力表示構成則を求め[2]，立体構造物の弾塑性有限変位解析を試みた．今回の解析の仮定は次のようである．1)２軸対称の薄肉閉断面で完全弾塑性体である．2)平面保持の仮定が成り立つ．3)ねじりについてはSt.Venantのねじりを用い，反りねじりは考えない．4)降伏基準はvon Misesを用いる．5)St.Venantのねじりによるせん断流れは一定である．6)局部座屈は考えず，断面の変形は小さいので無視する．などである．

降伏関数について

今回の解析では，軸力（N）と２軸曲げモーメント（M_y，M_z），及びねじりモーメント（T）を受ける完全弾塑性体断面について，降伏関数を定めた． 即ち，初期降伏関数F_1および完全塑性状態降伏関数F_2を以下のようにおく．（図１参照）

$$F_1=\sqrt{(n+f_z\cdot m_z+f_y\cdot m_y)^2+t^2}-1 \tag{1}$$

$$F_2=n^{C1}+m_z^{C2}+m_y^{C3}+t^{C4}-1 \tag{2}$$

ここで，$n=N/N_y$，$m_z=M_z/M_{zp}$，$m_y=M_y/M_{yp}$，$t=T/T_p$，N_y＝降伏軸力，M_{zp},M_{yp}＝z，y軸に対する全塑性モーメント，T_p＝全塑性ねじりモーメント，f_z，f_y＝形状係数，C_1，C_2，C_3，C_4＝断面形により定まる係数である． 一般断面（ＢＯＸ，円管等）についてのこの係数は，軸力，モーメント，ねじりの相関関係を，

$$n^{C1}+m_z^{C2}+m_y^{C3}+t^{C4}=1 \tag{3}$$

とし，C_1，C_2，C_3，C_4を非線形最小二乗法によって定めるものとする．

続いてF_1とF_2より，これ以後の数値計算や構成則を求めるのに用いる（後続の）降伏関数Ｆを以下のように求める．まず文献１）より，以下に定めるパラメータα_z，α_yを導入する．αは相当塑性ひずみχ_{ps}の関数で，断面内での弾塑性状態の尺度となるべき硬化パラメータである．

$$\alpha_z=1-(1/f_z)\cdot EXP(-\beta_z\cdot\overline{\chi}_{zps}) \tag{4.1}$$

$$\alpha_y=1-(1/f_y)\cdot EXP(-\beta_y\cdot\overline{\chi}_{yps}) \tag{4.2}$$

$\overline{\chi}_{zps}=E\cdot I_z\chi_{ps}/M_{zp}$，$\overline{\chi}_{yps}=E\cdot I_y\chi_{ps}/M_{yp}$とし，$\beta$＝定数（断面により定まる），Ｅ＝弾性係数，$I_z$，$I_y$＝断面二次モーメントである．

次に，降伏関数F_2の右辺のm_z，m_yを，m_z/α_z，m_y/α_yとおきかえ，さらに$\sqrt{(1-\alpha_y)(1-\alpha_z)}\cdot g(n,m_z,m_y,t)$を加えてやる．
そして，$\alpha_z=1/f_z$，$\alpha_y=1/f_y$，すなわち初期降伏曲面に達するまでは$F=F_1$となるように，$g(n,m_z,m_y,t)$を定める．こうして求めた降伏関数Ｆは，次のようになる．

$$F=n^{C1}+(m_z/\alpha_z)^{C2}+(m_y/\alpha_y)^{C3}+t^{C4}+\sqrt{(1-\alpha_y)(1-\alpha_z)}\cdot g(n,m_z,m_y,t)-1$$

$$g(n,m_z,m_y,t)=\{\sqrt{(n+f_z\cdot m_z+f_y\cdot m_y)^2+t^2}-n^{C1}-m_z^{C2}-m_y^{C3}-t^{C4}\}/\sqrt{(1-1/f_y)(1-1/f_z)} \tag{5}$$

構成則について

こうして求めた降伏関数Fに，適合条件（consistency condition），法線則（normality rule）等をあてはめる．

$$(\partial F/\partial N)dN+(\partial F/\partial M_z)dM_z+(\partial F/\partial M_y)dM_y+(\partial F/\partial T)dT+(\partial F/\partial \chi_{ps})d\chi_{ps}=0 \qquad \text{適合条件 (6)}$$

$$d\varepsilon^p=d\lambda(\partial F/\partial N),\ d\phi_z{}^p=d\lambda(\partial F/\partial M_z),\ d\phi_y{}^p=d\lambda(\partial F/\partial M_y),\ d\theta^p=d\lambda(\partial F/\partial T) \qquad \text{法線則 (7)}$$

ここで，$d\varepsilon^p$＝軸方向塑性歪み増分，$d\phi_z{}^p$，$d\phi_y{}^p$＝塑性曲率増分，$d\theta^p$＝塑性ねじり増分，$d\lambda$＝スカラー量である．

ここで，相当塑性ひずみ増分$d\chi_{ps}$は塑性ひずみの不変量より，

$$d\chi_{ps}=\sqrt{(d\phi_z{}^p)^2+(d\phi_y{}^p)^2+(d\theta^p)^2/3},\quad \chi_{ps}=\int d\chi_{ps}\text{となる．} \qquad (8)$$

これより，増分形での断面力表示による構成則を求めた．
即ち，

$$\begin{Bmatrix} dN \\ dM_z \\ dM_y \\ dT \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{ep}(1,1), & D_{ep}(1,2), & D_{ep}(1,3), & D_{ep}(1,4) \\ & D_{ep}(2,2) & D_{ep}(2,3) & D_{ep}(2,4) \\ \text{sym.} & & D_{ep}(3,3), & D_{ep}(3,4) \\ & & & D_{ep}(4,4) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\phi_z \\ d\phi_y \\ d\theta \end{Bmatrix} \qquad (9)$$

ここで，D_{ep}：弾塑性マトリックス，$d\varepsilon$：軸方向歪み増分，$d\phi_z$，$d\phi_y$：曲率増分，$d\theta$：ねじり増分である．

計算方法

解析を実行するに際して，変形によって刻々と更新される要素座標系により断面力を定義してゆく，Updated−Lagrangian法を用いて定式化した．また，構造物に不安定現象が生じ荷重が低下する場合も考慮して収束計算を行うにあたり修正孤長法を用いた．計算結果は当日発表する．

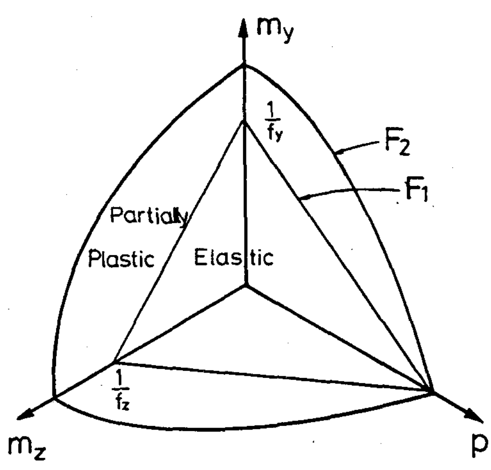

図１　t＝const.での降伏曲面

参考文献

1）M.A.Crisfield:ON AN APPROXIMATE YIELD CRITERION FOR THIN STEEL SHELLS ,TRRL Lab. Report 658 1974.

2）柴田輝昭・宇佐美勉・水野英二：断面力表示構成則を用いた鋼骨組構造物の弾塑性有限変位解析，第４３回年次学術講　演会講演概要集第１部，土木学会，P242〜P243，1988.